Jonathan FÖRSTE, Dang Duy Thao LE, Jannis Andrija SCHNITZER

Gruppe 4: Konrad WEIMPEL, Mo, 09:00

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik
Prof. Dr. A. Hebecker
S. Kraus

Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg
Wintersemester 2011/12

Danke :)

7. ÜBUNGSBLATT

1	2	3	4	Σ
8,5	5,5	5,5	3	22,5

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: 28.11.2011 in den Tutorien

Aufgabe 7.1 (10 Punkte):

a) Berechnen Sie das Inverse von i. Bestimmen Sie außerdem Real- und Imaginärteil von $\frac{1}{a+ib}$ indem Sie mit $a - ib$ erweitern. Es seien $a, b \in \mathbb{R}$.

b) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil, Betrag und Argument folgender Zahlen

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right)^3, \quad z_2 = \frac{10-8i}{1+i}, \quad z_1 \cdot z_2, \; e^{z_1}, \; z_1 + z_2, \; z_1 - z_2, \; \overline{z}_1, \; \overline{z}_2$$

Zeichnen Sie z_1 und z_2 in der Gauss'schen Zahlenebene und beschreiben Sie in Worten die geometrische Interpretation der Multiplikation, Addition/Subtraktion, und komplexen Konjugation.

Aufgabe 7.2 (8 Punkte):
Bestimmen Sie jeweils die allgemeine reelle Lösung für die folgenden Differentialgleichungen

a) $\ddot{x} - 5\dot{x} + 6x = 0$

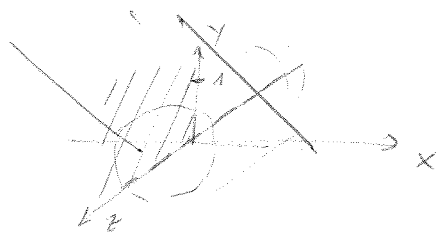
b) $\ddot{x} + 4\dot{x} + 13x = 0$

c) $\dddot{x} + \ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$

und finden Sie die reelle Lösung des Anfangswertproblems

d) $\ddot{x} + 6\dot{x} + 25x = 0$, $x(0) = 5$, $\dot{x}(0) = -3$

Aufgabe 7.3 (6 Punkte):
Gegeben sei das Vektorfeld



$$\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x \\ x^2 + y^2 + z^2 \\ ye^z \end{pmatrix}$$

Die gemeinsamen Punkte der Ebene $z = y$ und des Kreiszylinders, dessen Querschnittsfläche den Radius 1 besitzt und dessen Achse mit der z-Achse zusammenfällt, definieren eine Schnittkurve S. Der Weg C beginne im Punkt $(1, 0, 0)$, verlaufe entlang der Schnittkurve S im Halbraum $y \geq 0$ und ende im Punkt $(0, 1, 1)$.

a) Skizzieren Sie den Kreiszylinder, die Ebene und den Weg C, und finden Sie eine Parametrisierung von C. Beachten Sie dazu, dass der oben beschriebene Zylinder durch

$$\vec{x}(\phi, z) \equiv \begin{pmatrix} x(\phi, z) \\ y(\phi, z) \\ z(\phi, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ z \end{pmatrix}$$

parametrisiert werden kann. Eine Parametrisierung der Schnittkurve S erhalten Sie, wenn Sie im obigen Ausdruck $z(\phi, z) = y(\phi, z)$ setzen. In welchem Intervall $[a, b]$ läuft ϕ, damit das so erhaltene $\vec{x}(\phi)$ den Weg C beschreibt?

Theoretische Physik 1

Übungsblatt 7

Aufgabe 1

a)

Inverses bzgl. Addition

Sei $i + x = 0 \quad | -x$

$i = -x \quad | \cdot(-1)$

$\underline{\underline{-i = x}}$

Inverses bzgl. Multipl.

$i \cdot x = 1 \quad | \cdot i$

$i^2 \cdot x = i$

$-x = i \quad | \cdot(-1)$

$\underline{\underline{x = -i}}$ ✓

$-i$ ist Inverses von sowohl der Addition als auch der Multiplikation ✓

$$\xi = \frac{1}{a+ib} = \frac{(a-ib)}{(a+ib)(a-ib)} = \frac{a-ib}{a^2-i^2b^2} = \frac{a-ib}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{ib}{a^2+b^2}$$

$$\Rightarrow Re(\xi) = \frac{a}{a^2+b^2} \quad Im(\xi) = -\frac{b}{a^2+b^2}$$ ✓

b)

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right)^2\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\cancel{i^2}-2i+\cancel{1}}{i^2 2}\right)\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{-2i}{-2}\right)\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right) = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{i^2-i}{i2} = \frac{-1-i}{2} = \frac{i-1}{2} = \frac{i}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow Re(z_1) = -\frac{1}{2} \quad Im(z_1) = \frac{1}{2}$$ ✓

$-0{,}5$

$$\arg(z_1) = \arctan\left(\frac{Im(z_1)}{Re(z_1)}\right) \overset{+\pi}{=} \arctan(-1) \overset{+\pi}{=} -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$$

$$|z| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$ ✓

$$z_2 = \frac{10-8i}{1+i} = \frac{(10-8i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{10-10i-8i+8i^2}{1-i^2}$$

$$= \frac{10-8-18i}{1+1} = \frac{2-18i}{2} = \underline{\underline{1-9i}} \Rightarrow Re(z_2) = 1 \quad Im(z) = -9$$ ✓

$$|z_2| = \sqrt{1^2 + (-9)^2} = \sqrt{82}, \quad \arg(z_2) = \underline{\underline{\arctan(-9)}} = -1{,}4601$$ ✓

$$z_1 \cdot z_2 = \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)\cdot(1-9i) = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i+\frac{9}{2}i-\frac{9}{2}i^2 =$$

$$-\frac{1}{2}+\frac{9}{2}+\frac{10}{2}i = 4+5i$$

$$\Rightarrow Re(z_1 \cdot z_2) = 4 \quad Im(z_1 \cdot z_2) = 5 \checkmark \quad arg(z_1 \cdot z_2) = \arctan\left(\frac{5}{4}\right) \checkmark$$

$$\cancel{(\approx 0{,}896)}$$

$$e^{z_1} = e^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i} = e^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{1}{2}i} = e^{-\frac{1}{2}}\left(\cos\left(\tfrac{1}{2}\right) - i\sin\left(\tfrac{1}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{e}}\cos\left(\tfrac{1}{2}\right) - \frac{i\sin\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{e}} \checkmark$$

$$Re(e^{z_1}) = \frac{\cos(\frac{1}{2})}{\sqrt{e}} \checkmark \quad Im(e^{z_1}) = -\frac{\sin(\frac{1}{2})}{\sqrt{e}} \checkmark$$

$$|e^{z_1}| = \sqrt{\left(\frac{\cos(\frac{1}{2})}{\sqrt{e}}\right)^2 + \left(-\frac{\sin(\frac{1}{2})}{\sqrt{e}}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{e}} \checkmark$$

Bem: Additionstheorem $\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$

$$arg(e^{z_1}) = \arctan\left(\frac{+\sin(\frac{1}{2})\sqrt{e}}{\cos(\frac{1}{2})\sqrt{e}}\right) = +0{,}5 \checkmark$$

$$\psi := z_1+z_2 = \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)+(1-9i) = \frac{1}{2}-\frac{17}{2}i$$

$$\Rightarrow Re(\psi) = \frac{1}{2} \checkmark \quad Im(\psi) = -\frac{17}{2} \checkmark$$

$$|z_1+z_2| = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\tfrac{17}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{290}}{2} \checkmark$$

$$arg(\psi) = \arctan\left(\frac{Im(\psi)}{Re(\psi)}\right) = \arctan(-17) \checkmark \approx \cancel{-1{,}512}$$

$$\Phi := z_1 - z_2 = \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)-(1-9i) = -\frac{3}{2}+\frac{19}{2}i$$

$$\Rightarrow Re(\Phi) = -\frac{3}{2} \checkmark \quad Im(\Phi) = \frac{19}{2} \checkmark$$

$$|\Phi| = \sqrt{\left(\tfrac{3}{2}\right)^2+\left(\tfrac{19}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{370}}{2} \checkmark$$

$$arg(\Phi) = \arctan\left(\frac{Im(\Phi)}{Re(\Phi)}\right) = \arctan\left(-\frac{19}{3}\right) \cancel{\approx -1{,}4142}$$

$+\pi \quad +\pi \quad -0{,}5$

$\overline{z_1} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

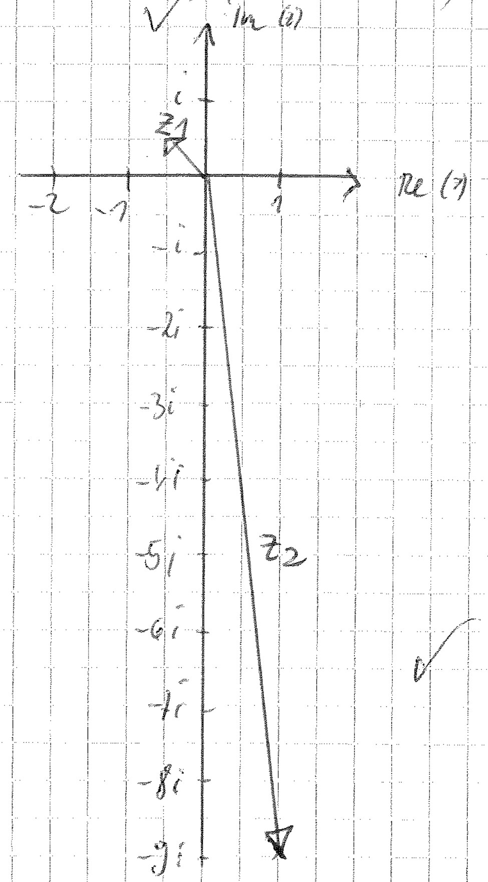
$\rightarrow Re(\overline{z_1}) = -\frac{1}{2}; \; Im(\overline{z_1}) = -\frac{1}{2}; \; |\overline{z_1}| = \sqrt{(-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$arg(\overline{z_1}) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4} - \pi = -\frac{3\pi}{4}$ $-\pi$ $(-0,5)$

$\overline{z_2} = 1 + 9i$

$\Rightarrow Re(\overline{z_2}) = 1 \quad Im(\overline{z_2}) = 9 \quad |\overline{z_2}| = \sqrt{1^2+9^2} = \sqrt{82}$

$arg(\overline{z_2}) = \arctan(9); \cancel{\approx 1,4601}$



Bei der Multiplikation zweier komplexer Zahlen werden die Längen (Beträge) miteinander multipliziert und die Argumente (Winkel) (bzgl. reeller Achse) ~~ad~~ summiert. Addition und Subtraktion funktionieren nach dem Prinzip der Vektoraddition in $\mathbb{R}^2$. Die Summe kann durch eine Parallelogrammkonstruktion verstanden werden.

Die komplexe Konjugation spiegelt die komplexe Zahl an der reellen ~~Ebene~~ Achse

Aufgabe 2

a) $\ddot{x} - 5\dot{x} + 6x = 0$

Ansatz: $x \sim e^{\alpha t}$ (s. Vorlesung)

$\Rightarrow \alpha^2 e^{\alpha t} - 5\alpha e^{\alpha t} + 6e^{\alpha t} = 0 \quad | : e^{\alpha t}$, da $e^{\alpha t} \neq 0$

$\alpha^2 - 5\alpha + 6 = 0$

$\alpha_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 6}$

$a_{1,2} = 2{,}5 \pm 0{,}5$

$a_1 = 3 \quad a_2 = 2$

$\Rightarrow x_1 = e^{3t} \quad x_2 = e^{2t}$

$\Rightarrow$ Allg. Lösung: $x(t) = A \cdot e^{3t} + B \cdot e^{2t}$ mit $A, B =$ const.

b) $\ddot{x} + 4\dot{x} + 13x = 0$

Ansatz: $x \sim e^{\alpha t}$ (s. Vorlesung)

$\Rightarrow \alpha^2 e^{\alpha t} + 4\alpha e^{\alpha t} + 13e^{\alpha t} = 0 \quad | : e^{\alpha t}$ siehe oben

$\alpha^2 + 4\alpha + 13 = 0$

$\alpha_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 - 13}$

$\alpha_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-9}$

$\alpha_{1,2} = -2 \pm 3i$

$\alpha_1 = -2 + 3i \quad \alpha_2 = -2 - 3i$

$x_1 = e^{(-2+3i)t} \quad x_2 = e^{(-2-3i)t}$

-0,5

allg. Lsg: $x(t) = e^{-2t}\left(A \sin(3t) + B \cos(3t)\right)$

mit $A, B =$ const

c) $\dddot{x} + \ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$

Ansatz siehe vorherige Seite

$\Rightarrow \alpha^3 e^{\alpha t} + \alpha^2 e^{\alpha t} + 4\alpha e^{\alpha t} + 4e^{\alpha t} = 0 \quad | : e^{\alpha t}$

$\alpha^3 + \alpha^2 + 4\alpha + 4 = 0$

Nullstelle wird geraten $\alpha_1 = -1 \Rightarrow x_1 = e^{-t}$

Polynomdivision

$(\alpha^3 + \alpha^2 + 4\alpha + 4) : (\alpha + 1) = \alpha^2 + 4$

$-(\alpha^3 + \alpha^2)$

$0 + 4\alpha + 4$

$-(4\alpha + 4)$

0

$\alpha^2 + 4 = 0$

$\alpha^2 = -4$

$\alpha_{2,3} = \pm\sqrt{-4}$

$= \pm 2i$

$\alpha_2 = 2i \qquad \alpha_3 = -2i$

$\Rightarrow x_2 = e^{2it} \quad x_3 = e^{-2it}$ $-0{,}5$

$\Rightarrow$ allg. Lsg.: $x(t) = Ce^{-t} + (A \cdot \sin(2t) + B \cdot \cos(2t))$ (✓)

mit A, B = const.

d)

$\ddot{x} + 6\dot{x} + 25x = 0$

Ansatz: $x \sim e^{\alpha t}$

$\Rightarrow \alpha^2 e^{\alpha t} + 6\alpha e^{\alpha t} + 25 e^{\alpha t} = 0 \quad | : e^{\alpha t}$

$\alpha^2 + 6\alpha + 25 = 0$

$\alpha_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 - 25} = -3 \pm \sqrt{-16}$

$\alpha_{1,2} = -3 \pm 4i \quad \alpha_1 = -3 + 4i \quad \alpha_2 = -3 - 4i$

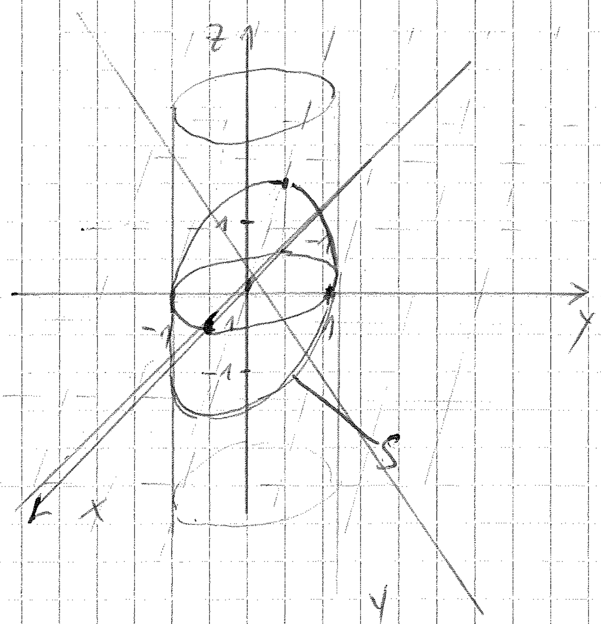
$\Rightarrow x_1 = e^{(-3+4i)t} \quad x_2 = e^{(-3-4i)t}$

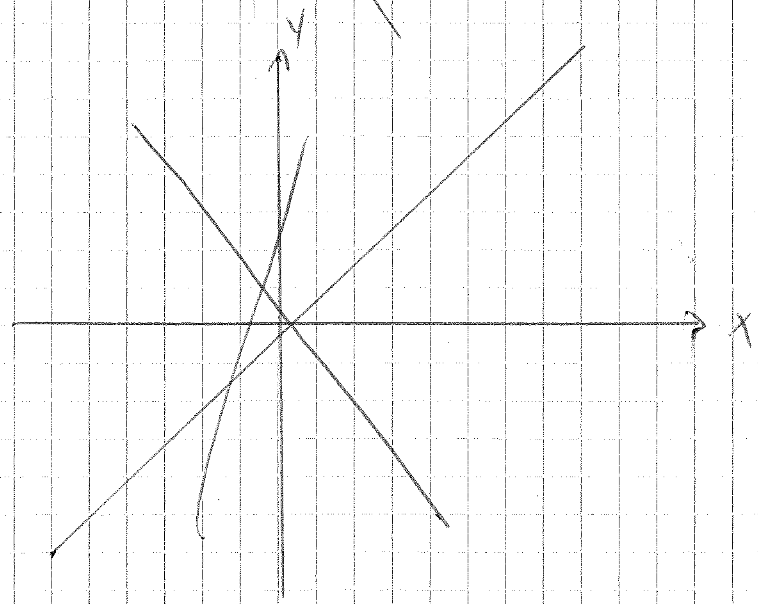
$\Rightarrow$ allg. Lsg.: $x(t) = e^{-3t}(A \cdot \sin(4t) + B\cos(4t))$ mit A, B = const

mit AW? -1

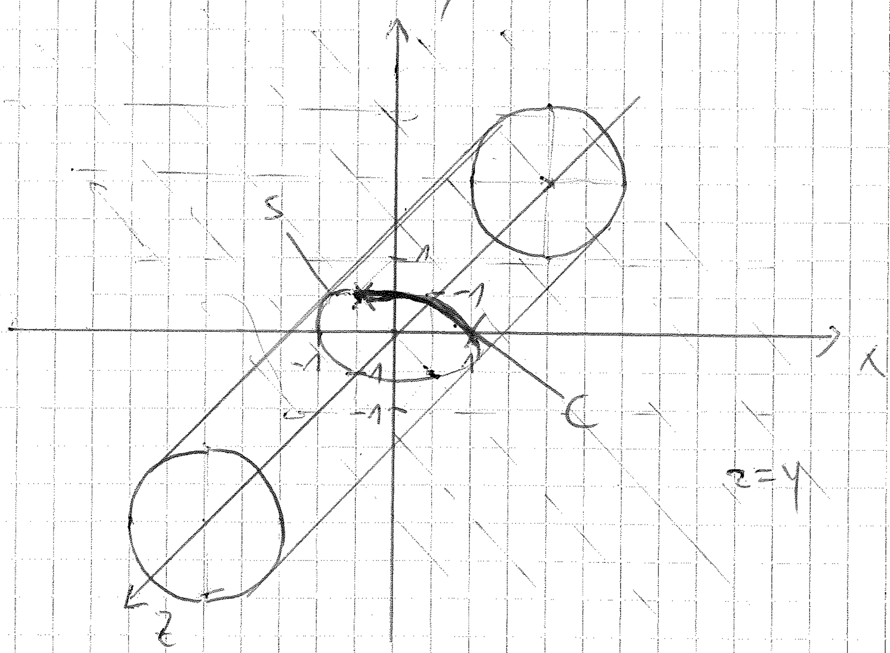
$-0{,}5$

Aufgabe 3





Aufgabe 3



$$\vec{x}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix}$$

$$[a,b] = [0, \tfrac{\pi}{2}]$$ ✓

$$\int_C \vec{F}(\vec{x})\, d\vec{x} = \int_0^{\pi/2} \vec{F}(\vec{x}(\phi)) \frac{d\vec{x}(\phi)}{d\phi}\, d\phi$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ \sin^2(\phi) \\ \sin(\phi)\, e^{\sin(\phi)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \\ \cos(\phi) \end{pmatrix} d\phi$$ ✓

(*)

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\cos(\phi)\sin(\phi) + \cos(\phi)\sin^2(\phi) + \sin(\phi)\cos(\phi) e^{\sin(\phi)} \right) d\phi$$ ✓

(1) $$\int^{\phi} -\underbrace{\cos(\tilde{\phi})}_{g'(\tilde{\phi})} \underbrace{\sin(\tilde{\phi})}_{f(\tilde{\phi})}\, d\tilde{\phi} = -\sin^2(\phi) - \int -\sin(\tilde{\phi})\cos(\tilde{\phi})\, d\tilde{\phi}$$

$$g(\tilde{\phi}) = -\sin(\tilde{\phi}) \qquad f'(\tilde{\phi}) = \cos(\tilde{\phi})$$

$$-2\int^{\phi}\cos(\tilde\phi)\sin(\tilde\phi)\,d\tilde\phi = -\sin^2(\phi)$$

$$\int^{\phi}-\cos(\tilde\phi)\sin(\tilde\phi)\,d\tilde\phi = -\frac{1}{2}\sin^2(\phi)$$

(2) $$\int^{\phi}\cos(\tilde\phi)\sin^2(\tilde\phi)\,d\tilde\phi = \int^{\phi}\underbrace{\cos(\tilde\phi)}_{g'(\tilde\phi)}\sin(\tilde\phi)\underbrace{\sin(\tilde\phi)}_{f(\tilde\phi)}d\tilde\phi$$

$$g(\tilde\phi) = \frac{1}{2}\sin^2(\tilde\phi)$$

$$f'(\tilde\phi) = \cos(\tilde\phi)$$

$$= \frac{1}{2}\sin^3(\phi) - \frac{1}{2}\int^{\phi}\sin^2(\tilde\phi)\cos(\tilde\phi)\,d\tilde\phi$$

$$\frac{3}{2}\int^{\phi}\sin^2(\tilde\phi)\cos(\tilde\phi)\,d\tilde\phi = \frac{1}{2}\sin^3(\phi)$$

$$\int^{\phi}\sin^2(\tilde\phi)\cos(\tilde\phi)\,d\tilde\phi = \frac{1}{3}\sin^3(\phi)$$

(3) $$\int^{\phi}\underbrace{\sin(\tilde\phi)}_{f(\tilde\phi)}\underbrace{\cos(\tilde\phi)e^{\sin(\tilde\phi)}}_{g'(\tilde\phi)}\,d\tilde\phi$$

$$f'(\tilde\phi) = \cos(\tilde\phi) \qquad g(\tilde\phi) = e^{\sin(\tilde\phi)}$$

$$= \sin(\phi)e^{\sin(\phi)} - \int^{\phi}\cos(\tilde\phi)e^{\sin(\tilde\phi)}d\tilde\phi$$

$$= \sin(\phi)e^{\sin(\phi)} - e^{\sin(\phi)}$$

$$= e^{\sin(\phi)}(\sin(\phi)-1)$$

$$* = -\frac{1}{2}\sin^2(\phi)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{3}\sin^2(\phi)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$+ e^{\sin(\phi)}(\sin(\phi) - 1)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + (-(1)) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 \quad * = \frac{5}{6} + 1 = \frac{11}{6}$$

irgendwo habt ihr eine 1 liegenlassen -0,5

Aufgabe 4

$$F = m \cdot a = g \cdot m(t)$$

$$m(t) = x\mu$$

$$m \cdot \ddot{x} = x\mu g$$

$$l\mu \cdot \ddot{x} = x\mu g$$

$$\ddot{x} = \frac{g}{l} x$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}(Ae^t + Be^{-t})$$

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{2}(Ae^t - Be^{-t})$$

$$\dot{x}(0) = 0 \qquad \frac{1}{2}(A - B) = 0$$

$$(A - B) = 0$$

$$A = B$$

$$x(t) = \frac{1}{2}A(e^t + e^{-t})$$

$$x(0) = x_0 \qquad A = x_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}x_0(e^t + e^{-t})$$

$$x(t) = \frac{1}{2} x_0 (e^{bt} + e^{-bt})$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{2} x_0 b^2 (e^{bt} + e^{-bt})$$

$$b^2 = \frac{g}{l} \qquad b = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} x_0 \left(e^{\sqrt{\frac{g}{l}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g}{l}} t}\right) = ?$$

$$= x_0 \cosh\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t\right)$$

$$x(T) = L$$

-0,5

$$\frac{1}{2} x_0 \left(e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T} + e^{-\sqrt{\frac{g}{l}} T}\right) = L$$

$$e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T} + e^{-\sqrt{\frac{g}{l}} T} = \frac{2L}{x_0}$$

$$\left(e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T}\right)^2 - \frac{2L}{x_0} e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T} = -1$$

$$\left(e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T} - \frac{L}{x_0}\right)^2 = -1 + \frac{L^2}{x_0^2}$$

$$e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T} = \sqrt{-1 + \frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0} \quad \vee \quad e^{\sqrt{\frac{g}{l}} T} = -\sqrt{-1 + \frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}$$

$$\sqrt{\frac{g}{l}} T = \ln\left(\sqrt{-1 + \frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}\right) \quad \vee \quad \sqrt{\frac{g}{l}} T = \underbrace{\ln\left(-\sqrt{-1 + \frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}\right)}_{k \angle}$$

$$T = \sqrt{\frac{L}{g}} \ln\left(\sqrt{-1 + \frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}\right)$$

b) $\dot{x}(t) = \frac{1}{2} x_0 \sqrt{\frac{g}{l}} \left(e^{\sqrt{\frac{g}{l}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g}{l}} t} \right)$

$\dot{x}(T) = \frac{1}{2} x_0 \sqrt{\frac{g}{l}} \left(e^{\sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{\frac{l}{g}} \ln\left(\sqrt{-1+\frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}\right)} - e^{-\sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{\frac{l}{g}} \ln\left(\sqrt{-1+\frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}\right)} \right)$

$= \frac{1}{2} x_0 \sqrt{\frac{g}{l}} \left(\sqrt{-1+\frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0} - \frac{1}{\sqrt{-1+\frac{L^2}{x_0^2}} + \frac{L}{x_0}} \right) = \ldots ?$

-1

c) $F_0 = \eta (L - x)$ $\quad [\eta] = \frac{kg}{s^2}$

$m\ddot{x} = x\mu g - \eta(L - x)$ ✓

$\mu l \ddot{x} = x\mu g + \eta x - \eta L$

$\ddot{x} = \left(\frac{g}{l} + \frac{\eta}{\mu L} \right) x - \frac{\eta}{\mu}$ ✓

$x(t) = \frac{1}{2} \left(Ae^{bt} + Ae^{-bt} \right) - \frac{\eta}{2\mu} t^2$

$x(0) = x_0$

$x(0) = \frac{1}{2}(A + A) = A = x_0$

$x(t) = \frac{1}{2} x_0 \left(e^{bt} + e^{-bt} \right) - \frac{\eta}{2\mu} t^2$

$\ddot{x}(t) = \frac{1}{2} x_0 b^2 \left(e^{bt} + e^{-bt} \right) - \frac{\eta}{\mu}$

$b^2 = \frac{g}{l} + \frac{\eta}{\mu l}$

$b = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{\eta}{\mu l}}$

$x(t) = \frac{1}{2} x_0 \left(e^{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{\eta}{\mu l}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{\eta}{\mu l}} t} \right) - \frac{\eta}{2\mu} t^2$

homogene Lsgn., dann spezielle Lsgn. berechnen!

$-1,5$

Kaum lesbar!