Jonathan Förste
Björn Jüliger
Name(n): Jannis A. Schnitzer   Gruppe: 15   Punkte: ___|___|___|___

3. Übungsblatt   Experimentalphysik II   SS 2012

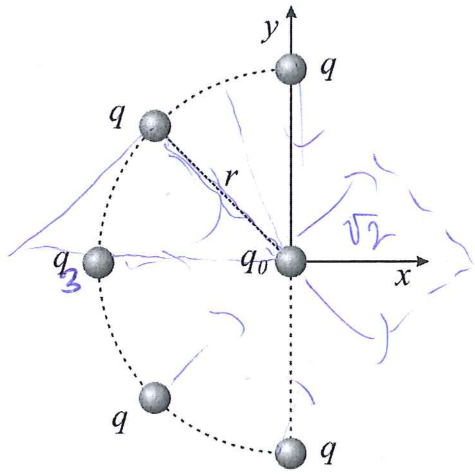
Abgabe: **10.-11. Mai 2012** im Gruppenunterricht   **2 Seiten!**

3.1 Erdtemperatur (10 Punkte)

Berechnen Sie die Durchschnittstemperatur der Erde ohne die Berücksichtigung des natürlichen Treibhauseffektes. Nehmen Sie an, dass die Erde ein idealer schwarzer Körper ist, der genausoviel Energie abstrahlt wie er absorbiert. Die Abstrahlung erfolge gleichmässig in alle Raumrichtungen. Beachten Sie, dass etwa 30 % der Strahlungsleistung reflektiert werden, ohne in Wärme umgewandelt zu werden.

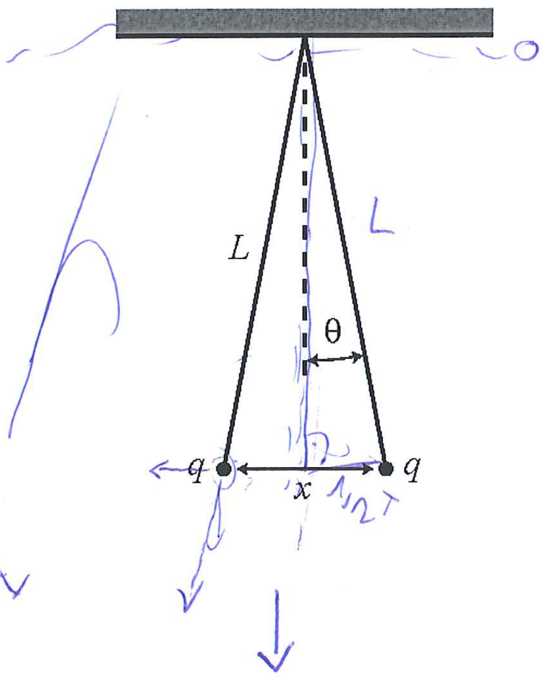
3.2 Ladungshalbkreis (10 Punkte)

Auf einem Halbkreis mit Radius r sind entsprechend der nebenstehenden Skizze 5 gleiche Ladungen q gleichmäßig verteilt.
a) Berechnen Sie die Kraft $\vec{F}$, die auf die Ladung q_0 im Zentrum des Halbkreises wirkt.
b) Berechnen Sie $\vec{F}$ für $r = 10\,\mathrm{cm}$ und $q = q_0 = 3\,\mathrm{nC}$.
c) Ordnen Sie sechs Ladungen (drei positive Ladungen $q^+ = +e$ und drei negative Ladungen $q^- = -e$) auf einem Kreis so an, dass auf eine siebte Ladung im Zentrum des Kreises eine resultierende Kraft mit dem Betrag Null wirkt.



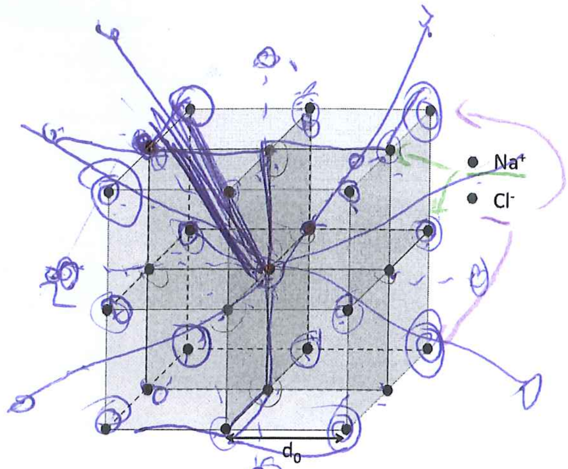
3.3 Elektrometer (10 Punkte)

Zwei kleine metallische Kugeln der Masse m hängen an den Enden von zwei dünnen, nichtleitenden Fäden der Länge L (siehe Skizze). Beide Kugeln tragen die Ladung q und stoßen sich daher elektrostatisch ab.
a) Leiten Sie einen Ausdruck für den Abstand x zwischen den beiden Kugeln her. Nehmen Sie hierbei an, dass die Fäden masselos sind. Desweiteren gelte für die auftretenden Abstände $x \ll L$. Somit können Sie die Näherung $\cos\theta \simeq 1$ verwenden.
b) Berechnen Sie den Abstand x für $L = 2\,\mathrm{m}$, $m = 3\,\mathrm{g}$ und $q = 3\,\mathrm{nC}$.



6 × 2d_0

3.4 Gitterenergie von Kochsalz (10 Punkte)



Kochsalz besteht aus Natrium und Chlor-Ionen die in einem kubisch flächenzentrierten Gitter angeordnet sind. Berechnen Sie seine molare Gitterenergie.

a) Berechnen Sie zuerst die Energie, die notwendig ist zwei gleich geladene Ionen (Ladung q_0) von einem unendlichen Abstand auf einen Abstand d_0 zusammen zu bringen. Wie lautet das Ergebnis für zwei ungleich geladene Ionen?

b) Berechnen Sie nun die Energie eines einzelnen Ions im Kristallgitter indem Sie schrittweise seine potentielle Energie in bezug auf die anderen Ionen aufsummieren. Starten Sie in der Mitte, nehmen Sie zuerst den Term, der durch die nächsten Nachbarn auftritt, dann nehmen Sie die übernächsten Nachbarn und so weiter. Berechnen Sie die ersten vier Terme in der Reihe. Multiplizieren Sie anschließend die Energie des einzelnen Ions mit der Avogadro-Konstante und Sie erhalten die molare Gitterenergie.

Hinweis Sie dürfen folgende Relation verwenden:

$$\frac{6}{1} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{2} + \frac{24}{\sqrt{5}} \pm \ldots \approx 1.7476 \tag{1}$$

Genaugenommen ist die angegebene Relation eigentlich falsch. Die angebene Reihenentwicklung konvergiert nicht, da man über immer grössere Kugelschalen mit einer entsprechend grossen (abwechselnd positiven und negativen) Ladung summiert. Es ist aber möglich die Summe anders aufzuschreiben indem man die Kugelschalen so arrangiert, dass die Gesamtladung einer solchen Schale nahezu Null ergibt und damit die entstehende Reihe konvergiert.

Ambitionierte Lösungen werden gerne mit Sonderpunkten bedacht.

c) Berechnen Sie den Zahenwert und vergleichen Sie ihn mt dem Literaturwert von $U = 764\,\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$.

Björn Jüliger
Jannis A. Schnitzer
Jonathan Förste

Experimental Physics II

Sheet 3

10.05.2012

3.1 By the law of Stefan-Bolzmann we find

$E = \sigma T^4$ with $E = \frac{P}{A}$ and $\sigma = 2 \frac{\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2}$

A = surface of earth $= 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

$P = J_0 \cdot A_\perp$ where J_0 is the solar constant

$A_\perp$ is the area perpendicular to the sun's radiation.

$A_\perp = \pi r_E^2$ where r_E is the earth-radius

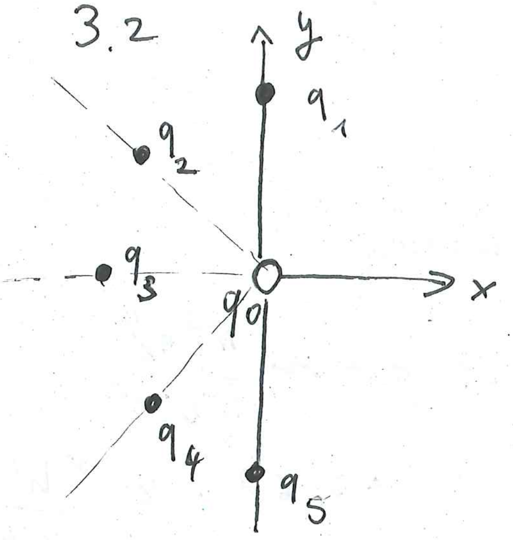
$$P = J_0 \pi r_E^2 \Rightarrow E = \frac{J_0 \cdot \pi r_E^2}{4\pi r_E^2} = \frac{J_0}{4}$$

Since only 70 % of the incoming radiation is actually absorbed:

$$0{,}7 E = \sigma T^4 \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{0{,}7 J_0}{4\sigma}} = T$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{0{,}7 \cdot 0{,}25 \cdot 1{,}37 \cdot 10^3 \frac{W}{m^2}}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}}} \approx 255\,K \approx -18\,°C$$

3.2



a) As the ~~charges~~ forces of the upper-most and the lowermost charge cancle eachother out and the y-components of the forces of charges q_2 and q_4 cancle each other out aswell we must only consider the x-components of the forces of charges q_4 & q_2 and the total force of q_3

$$F_2 = F_4 = F_c \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} F_c$$

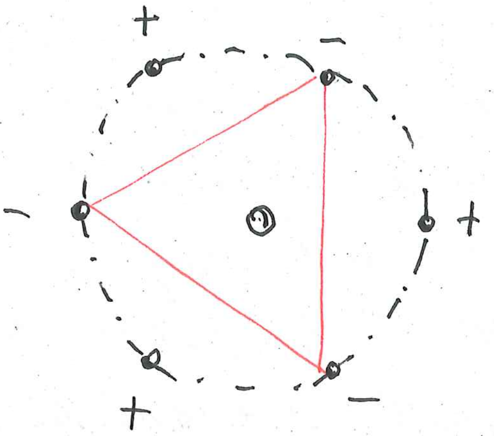
$$F_3 = F_c \Rightarrow F_{tot} = 2\frac{1}{\sqrt{2}} F_c + F_c = (1+\sqrt{2}) F_c$$

$$F_{tot} = (1+\sqrt{2}) \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q\,Q_0}{r^2}$$

b) $$F_{tot} = (1+\sqrt{2}) \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}} \frac{3 \cdot 10^{-9}C \cdot 3 \cdot 10^{-9}C}{(0{,}1m)^2}$$

$$= \underline{\underline{1{,}953 \cdot 10^{-5} N}}$$

3.2 c We arrange the three positive charges and the three negative charges respectively in an equilateral triangle each so that the net force exerted by each triangle is zero due to the symmetry of ~~than~~ the arrangement.



3.3 a) The electrical force between the two charges is given by $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{x^2}$

Since the charges are hanging on threads, only the component of the gravitational force perpendicular tho the threads can influence their motion.

It's given by: $F_{g\perp} = \sin\theta \, F_g = \sin\theta \cdot mg$

The motion of the charge stops when $F_{g\perp} = F_{C\perp} = F_C \cos\theta$

Using the given aproximation $\cos\theta \simeq 1$ and using $\sin\theta = \frac{\frac{1}{2}x}{L} = \frac{x}{2L}$ we find:

$$mg\frac{x}{2L} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{x^2} \quad *$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{L}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{mg}}$$

b) $$x = \sqrt[3]{\frac{2m\,(3\cdot 10^{-9}C)^2}{4\pi \cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}\cdot 3\cdot 10^{-3}kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}}$$

$$\simeq 0{,}022m = \underline{2{,}2cm}$$

3.4 a) $W(d_0) = \int F\,ds = \int_{\infty}^{d_0} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0^2}{r^2}\,dr = -4\pi\varepsilon_0 \frac{q_0^2}{d_0}$

for equally charged particles

If inversely charged the positive sign instead of the negative holds.

b) We first consider the closest neighbors. They have the distance d_0 towards the central charge which they achieve by a step of d_0 in one of the 3 ~~positive ps~~ possible directions. ~~As~~ that step can be taken both in a positive and a negative direction we find there are 6 neigbors that are one step away from the central charge. So the Energy they contribute is given by

$6 \cdot W(d_0)$. Considering now the next closest neighbors who are two steps away of the charges we encounter to distinctive cases. First: they lie two steps in one direction.

Obviously there are ~~two~~ 6 of these, too, with the distance of ~~two~~ $2d_0$, so their contribution is: $-6\ W(2d_0)$.

Second, there are those ions which lie one step in one direction and one in another.

Since there are three permutations of $(1, 1, 0)$, where this tuple identifies d_0-width steps in x, y, and z directions, and each of the steps can also be taken in the negative directions, there are $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ of these ions.

By the pythagorean theorem, their distance is $\sqrt{2} \cdot d_0$.

Thus, their contribution amounts to $-12 \cdot W(\sqrt{2} \cdot d_0)$.

The negative sign of the energies of all ions which are two steps away accounts for the fact that positive and negative ions alternate in the lattice.

Now we consider those ions which are three steps away, of which the closest have a distance of $\sqrt{3} \cdot d_0$ and are those which lie one step away in each direction.

Since $(1, 1, 1)$ possesses no permutations, but each sign can be flipped, there are $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ of these. Their contribution is $8 \cdot W(\sqrt{3}\, d_0)$.

So the sum of the energies accounted for by the four closest groups of ions equals

$$W_{tot} = 6\,W(d_0) - 6\,W(2d_0) - 12\,W(\sqrt{2} \cdot d_0) + 8\,W(\sqrt{3}\,d_0)$$

$$= \underbrace{\left(\frac{6}{1} - \frac{6}{2} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}}\right)} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0^2}{d_0}$$

$$\approx 1{,}7476 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0^2}{d_0}$$

$$W_{tot} \cdot N_A = N_A \cdot 1{,}7476 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0^2}{d_0} = W_{lattice}$$

c) $W_{lattice} = 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol} \cdot 1{,}7476 \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}} \cdot \underbrace{\frac{(e)^2}{2{,}7 \cdot 10^{-10} m}}_{\text{Source: leifiphysik.de}}$

$= 893{,}55 \frac{kJ}{mol}$

We notice that our calculated value for the lattice energy exceeds the provided literature value. This could be explained by the fact that in a real material there are ions closer to the edges that are not as strongly bound and therefore possess a lower bond energy.