Name(n): Mathia RENZ
Jannis Andrija SCHNITZER Gruppe: 615 Punkte: ____|____|____|____

1. Übungsblatt Experimentalphysik II SS 2012

Abgabe: **26.-27. April 2012** im Gruppenunterricht **2 Seiten!**

1.1 Zustandsänderungen (10 Punkte)

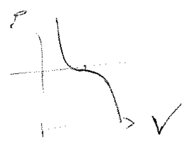
Ein Mol eines einatomigen idealen Gases wird über zwei verschiedene Prozesse von einem Anfangszustand mit Druck p_1 und Volumen V_1 in einen Endzustand mit Druck $p_2 = 2p_1$ und Volumen $V_2 = 2V_1$ überführt.

- **I** Das Gas dehnt sich isotherm aus, bis sich sein Volumen verdoppelt hat, anschließend nimmt sein Druck bei konstantem Volumen zu.
- **II** Das Gas wird isotherm auf den doppelten Druck zusammengedrückt, anschließend dehnt sich sein Volumen bei konstantem Druck auf das Endvolumen aus.

a) Zeichnen Sie die beiden Prozesse in einem pV-Diagramm.

Berechnen Sie für beide Prozesse (und deren Teilprozesse) als Funktion von p_1 und V_1:

b) die vom Gas aufgenommene Wärmeenergie,



c) die vom Gas geleistete Arbeit,

d) die Änderung der inneren Energie und

e) die Änderung der Entropie.

1.2 Entropie (10 Punkte)

Bei einem Experiment werden 200 g Aluminium ($T = 100\,°C$, spezifische Wärme $c = 900\,J/kgK$) in einem isolierten Behälter mit 50 g Wasser ($T = 20\,°C$) gemischt.

a) Welche Gleichgewichtstemperatur stellt sich ein?

$pV = nRT \Leftrightarrow \frac{pV}{nR} = T$

b) Wie ändert sich die Entropie der Aluminiumprobe?

c) Wie ändert sich die Entropie des Wassers?

d) Wie ändert sich die Entropie des Gesamtsystems?

1.3 Van der Waals Gas (10 Punkte)

$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot RT$

Die Van der Waals Gleichung beschreibt reale Gase in einem bestimmten Gültigkeitsbereich. Mit Ihrer Hilfe ist es auch möglich, Rückschlüsse über Phasenübergänge zu ziehen. (Das lernen Sie jedoch in späteren Semestern sehr viel genauer.) Ein wichtiges Charakteristikum ist der kritische Punkt. Oberhalb des kritischen Punktes findet kein Phasenübergang mehr statt. Im pV–Diagramm zeigt sich der kritische Punkt als Sattelpunkt für Isotherme.

a) Bestimmen Sie den Druck p_k, die Temperatur T_k und das Volumen V_k am kritischen Punkt in Abhängigkeit vom Binnendruck a und dem Kovolumen b der van der Waals Gleichung.
Welche der drei Größen p_k, T_k und V_k sind von der Stoffmenge ν unabhängig?

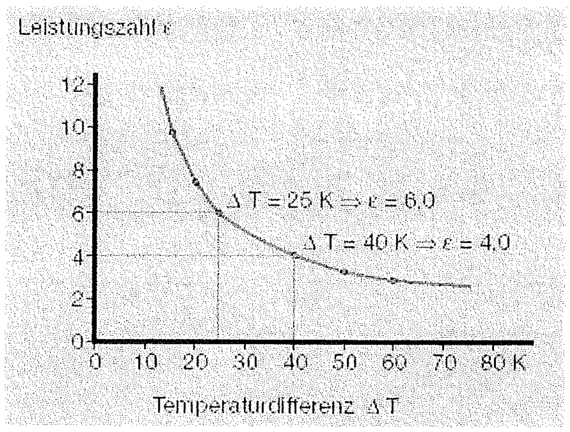
b) Bestimmen Sie p_k, T_k und V_k für 1 mol Sauerstoff ($a = 1{,}38 \cdot 10^9\ \frac{\text{mbar cm}^6}{\text{mol}^2}$, $b = 31{,}6\ \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$).

1.4 Wärmepumpe (10 Punkte)

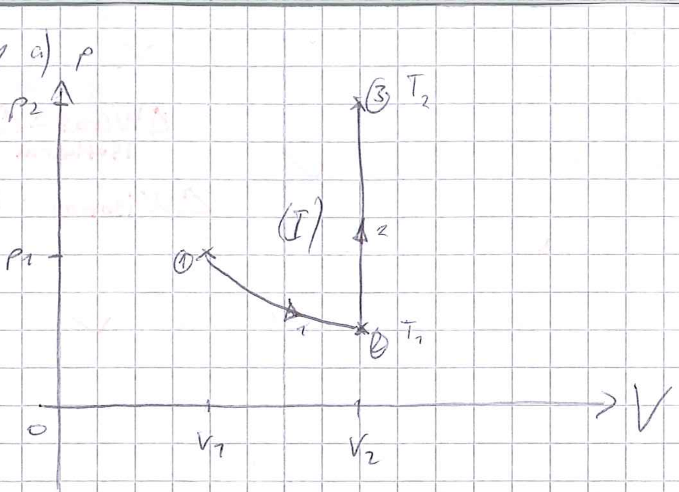
In der Diskussion über mögliche Energieeinsparung werden öfters elektrisch betriebene Wärmepumpen als sinnvolle Alternative zu herkömmlichen Heizkesseln genannt. Um die Diskussion mit Fakten zu belegen, gehen Sie von folgender Annahme aus: Bei einer Außentemperatur von 0 °C soll Wasser fr die Warmwasserheizung (Fußbodenheizung) auf 42 °C erhitzt werden. Vergleichen Sie den primären Energiebedarf einer elektrisch betriebenen Wärmepumpe, die von einem Kohlekraftwerk gespeist wird, mit dem Energiebedarf bei der direkten Verfeuerung von Kohle in einem Heizkessel. Nehmen Sie für das Kohlekraftwerk den maximalen Wirkungsgrad und für die Wärmepumpe die maximale Leistungszahl an.

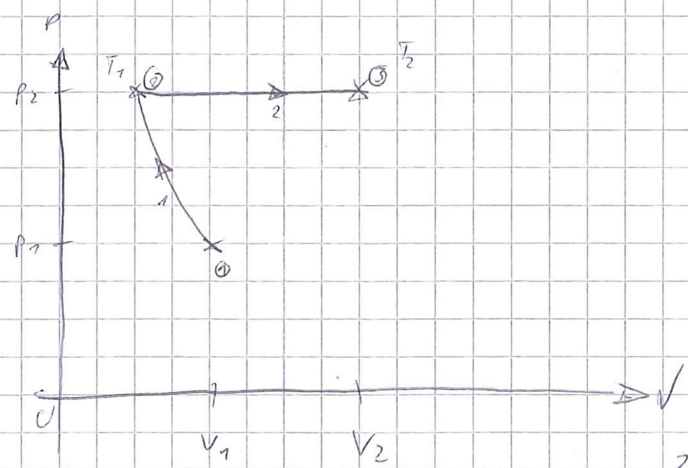
a) Berechnen Sie die theoretisch maximal mögliche Energieeinsparung. Gehen Sie dabei davon aus, dass in einem Kohlekraftwerk die großtechnisch noch beherrschbare Dampftemperatur 580 °C und die Temperatur im Kondensator 15 °C beträgt. Der Kohleheizkessel habe einen idealen Wirkungsgrad von 100 %.

b) Berechnen Sie die heute technisch mögliche Energieeinsparung. Der Wirkungsgrad moderner Kohlekraftwerke liegt bei 43%. Berücksichtigen Sie, dass etwa 15 % der Energie bei der Verteilung und Speicherung des Stroms vom Kraftwerk zum Endverbraucher verloren geht. Den Wirkungsgrad heute im Einsatz befindlicher Wärmepumpen zeigt die untenstehende Grafik. Berücksichtigen Sie ebenfalls, dass der Wirkungsgrad eines konventionellen Kohleheizkessels nicht 100 % betrgt. Durch den Schornstein geht Wärmeenergie verloren. Gehen Sie von folgenden Annahmen aus: Die Abgastemperatur betrgt 120 °C und der Heizkessel saugt doppelt so viel Luft an, wie zur vollstndigen Verbrennung von Kohle notwendig ist. Der Brennwert von Kohle betrgt 8,72 kWh/kg.



1.1 a)





b) I: $\Delta Q_1 = -\Delta W = \int_{V_1}^{2V_1} \frac{nRT_1}{V} dV = nRT_1 \ln(V)\Big|_{V_1}^{2V_1}$

$= nRT_1 \ln\left(\frac{2V_1}{V_1}\right) = p_1 V_1 \cdot \ln(2)$

$\Delta Q_2 = \Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} nR (T_2 - T_1)$

$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$

$T_2 = \frac{4 p_1 V_1}{nR}$

$\Rightarrow \Delta T = \frac{3 p_1 V_1}{nR}$

$= \frac{9}{2} p_1 V_1$

$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 = \left(\ln(2) + \frac{9}{2}\right) \cdot p_1 V_1 \approx 5{,}193 \cdot p_1 V_1$

II: $\Delta Q_1 = -\Delta W = \int_{V_1}^{V_1/2} p \, dV = -p_1 V_1 \cdot \ln(2)$

$\Delta Q_2 = -\Delta W + \Delta U$

$= \int_{1/2 V_1}^{2V_1} 2p_1 \, dV + \frac{3}{2} nR \Delta T \qquad \left(\Delta T = \frac{4 p_1 V_1}{nR} - \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{3 p_1 V_1}{nR}\right)$

$= 2p_1 \left(2V_1 - \frac{1}{2} V_1\right) + \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{15}{2} p_1 V_1$

$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 = \left(\frac{15}{2} - \ln(2)\right) p_1 \cdot V_1 \approx 6{,}807 \, p_1 V_1$

c) I The gas does not perform any work. ✗ ~~ΔW_{Gas}~~ $\Delta W_{Gas} = \Delta Q = p_1 V_1 \ln 2$ (Isotherm)

II. $\Delta W = -\int_{V_1}^{1/2 V_1} p\, dV = -0{,}693\, p_1 V_1$ ✓ $\Delta W_{isobar} = 3 p_1 V_1$

d) I $\Delta U = \Delta Q_1 = 4{,}5\, p_1 V_1$ ✓

II $\Delta U = \Delta Q_2 + \Delta W = \frac{15}{2} p_1 V_1 - 3 p_1 V_1 = 4{,}5\, p_1 V_1$ ✓

e)

1.2 a) $m_{Al} = 0{,}2\,kg$; $T_{Al} = 373K$; $c_{Al} = 900 \frac{J}{kg\,K}$

$m_{H_2O} = 50\,g = 0{,}05\,kg$; $T_{H_2O} = 293K$; $c_{H_2O} = 4{,}186 \frac{J}{gK} = 4186{,}4 \frac{J}{kgK}$

$-\Delta Q_{Al} = \Delta Q_{H_2O} \Leftrightarrow -m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot (\cancel{T_{Al} - T}) \; T - T_{Al} = m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot (T - T_{H_2O})$

$\Leftrightarrow T = \frac{m_{Al} c_{Al} T_{Al} + m_{H_2O} c_{H_2O} T_{H_2O}}{m_{Al} c_{Al} + m_{H_2O} c_{H_2O}}$ = (plugging in values)

$= \underline{330K}$ ✗ 57°K

b) $\Delta S_{Al} = \frac{\Delta Q_{Al}}{T}$ = ?

$\Delta Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} (T_{Al} - T) = 7740\,J$ | $\Delta S_{Al} = -22 J/K$ ✗

$\Rightarrow \Delta S_{Al} = \underline{23{,}45 \frac{J}{K}}$

c) $\Delta S_{H_2O} = \frac{\Delta Q_{H_2O}}{T} = \frac{m_{H_2O} c_{H_2O} (T - T_{H_2O})}{T} = \frac{7737{,}81\,J}{330\,K} \approx \frac{7740\,J}{330\,K} = 23{,}45 \frac{J}{K}$ ✓

d) $\Delta S = 0$ $= \Delta S_{Al} + \Delta S_{H_2O} = 3\,J/K \geq 0$ ✗

1-3 a) $\boxed{\left(p+\frac{an^2}{V^2}\right)(V-nb)=nRT \quad (I)}$

$$\Leftrightarrow p = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2} \quad (I+)$$

$$\frac{\partial p}{\partial V} = 0 \Rightarrow \cancel{nRT} \quad \frac{nRT}{(V-nb)^2} = \frac{2an^2}{V^3} \Leftrightarrow \boxed{V^3RT = 2an(V-nb)^2 \ (II)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial V} = \frac{nRT}{(V-nb)^2} - \frac{2an^2}{V^3}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} = 0 = \frac{2nRT}{(V-nb)^3} - \frac{6an^2}{V^4} \Leftrightarrow \boxed{2RTV^4 = 6an(V-nb)^3 \ (III)}$$

$$(III) \Leftrightarrow \underbrace{T = \frac{3an(V-nb)^3}{RV^4}}$$

$$\text{in } (II) \Rightarrow V^3R\,\frac{3an(V-nb)^3}{RV^4} = 2an(V-nb)^2$$

$$\Leftrightarrow 3(V-nb) = 2V \Leftrightarrow V = 3nb$$

$\boxed{V=3nb \ (I*)}$ in (II):

$$27n^3b^3RT = 2an(3nb-nb)^2$$

$$\Leftrightarrow 27\cancel{n^3}\cancel{b^3}RT = 8ab^2\cdot \cancel{n^3}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{T = \frac{8a}{27b\cdot R} \ (II*)} \quad \text{in } (I+):$$

$$p = \frac{nR}{2nb}\cdot\frac{8a}{27bR} - \frac{an^2}{9n^2b^2}$$

$$= \frac{4a}{27b^2} - \frac{a}{9b^2} = \boxed{\frac{a}{27b^2} = p \ (III*)}$$

p and T are independent of the amount of substance

b) $p_c = \frac{a}{27b^2} = 51\,185$ mbar

$T_c = \frac{a}{27bR} = 155{,}6\ K$

$V_c = 3nb = 94{,}8\ cm^3$