Name(n): Pia Malika RENZ / Jannis Andrija SCHNITZER   Gruppe: G7 STRELTSOV   Punkte: 10 | 8 | 10 | 8 +8

7. Übungsblatt   Experimentalphysik I   WS 2011/2012

Abgabe: **1.-2. Dez 2011** im Gruppenunterricht **2 Seiten!**

7.1 Halb voll oder halb leer (10 Punkte) Sheet 1

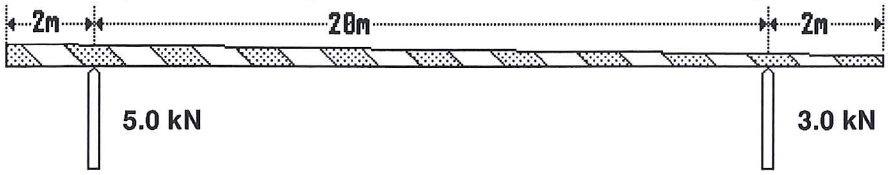
Bei einem Picknick im Grünen machen Sie sich eine Dose Bier auf und genießen den ersten Schluck ganz besonders, da Ihnen in diesem Moment klar wird, dass der Schwerpunkt einer vollen Dose relativ hoch liegt und das Leeren der Dose helfen muss, den Stand der Dose auf unebenem Grund zu Verbessern. Nach dem dritten Schluck werden Sie stutzig. Sie überdenken ihre Hypothese nochmals, und Ihnen fällt auf, dass der Schwerpunkt einer völlig leeren Dose derselbe ist wie der einer vollen Dose. Bestimmen Sie die Position des Schwerpunktes als Funktion des Füllstandes. Bei welchem Füllstand ist der Schwerpunkt der Dose am niedrigsten?
Zusatzfrage (ohne Bewertung): Können Sie hierfür eine Bedingung herleiten, die unabhängig von der Form des Gefäßes ist?

Definieren Sie alle nötigen Größen selbst und gehen Sie vereinfachend von einer perfekt zylinderförmigen Dose mit scheibenförmiger Boden- und Deckelplatte aus. Um halbwegs realitätsnah zu bleiben, müssen Sie fehlende Größen gegebenenfalls selbst messen oder geeignet abschätzen. (Auf empirische Ergebnisse aus Selbstversuchen auf der Neckarwiese gibt es u.U. Extrapunkte.)

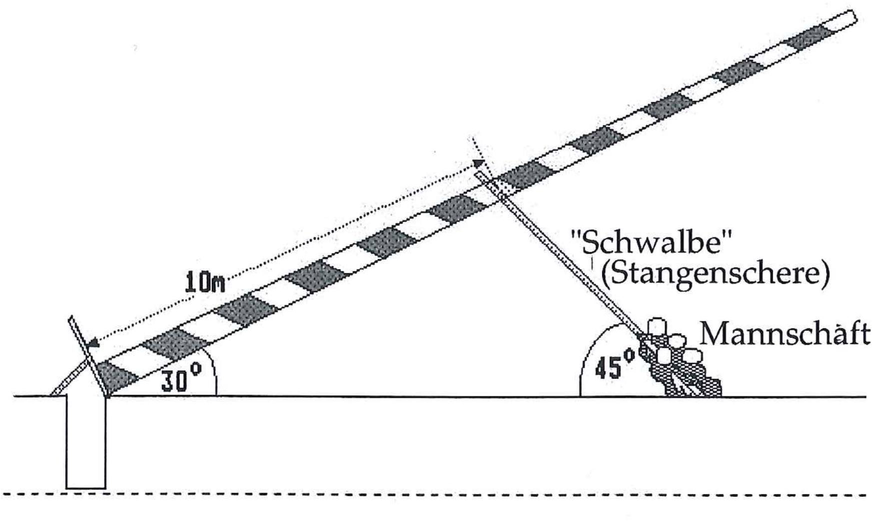
7.2 Maibaum (10 Punkte) Sheet 2

Ein Maibaum der Länge $L = 24\,\mathrm{m}$ wird wie unten skizziert auf zwei Böcke gestellt. Auf dem linken Bock lasten $F_1 = 5\,\mathrm{kN}$ und auf dem rechten $F_2 = 3\,\mathrm{kN}$.

a) Bestimmen Sie die Lage des Schwerpunktes des Maibaums (von links gemessen).



b) Der Maibaum soll nun von der Mannschaft des Traditionsvereins aufgestellt werden. Bestimmen Sie die Kraft F, mit der die Mannschaft längs der als „Schwalbe" bezeichneten Stangen schieben muss, um in der skizzierten Situation den Maibaum anzuheben.



7.3 Zentralkräfte (10 Punkte) Sheet 1

Eine Masse $m = 1\,\mathrm{kg}$ ist über eine Schnur, die durch ein Loch in der Mitte eines Tisches verläuft, mit einer zweiten Masse $M = 2\,\mathrm{kg}$ verbunden. Die Masse m gleitet reibungsfrei auf einer Kreisbahn mit Radius $R = 0,5\,\mathrm{m}$ um das Loch.

a) Mit welcher Geschwindigkeit v_1 muß die Masse m kreisen, dass die Masse M ruht, d.h. dass sie sich weder nach oben noch nach unten bewegt?

b) Sie ziehen die Masse M um $l = 10\,\mathrm{cm}$ nach unten und halten sie dort fest. Mit welcher Geschwindigkeit v_2 kreist die Masse m nun?

7.4 Trägheitsmoment (10 Punkte) Sheet 2

a) Leiten Sie das Trägheitsmoment I einer homogenen dünnen rechteckigen Platte mit Seiten $a = 30\,\mathrm{cm}$ und $b = 20\,\mathrm{cm}$ und Flächendichte $\rho = 2\,\mathrm{g/cm^2}$ um die längere Kante her.

b) Zusatzaufgabe (extra 10 Punkte).
Leiten Sie das Trägheitsmoment I einer homogenen zylinderförmigen Scheibe mit Radius R, Dicke D und Dichte ρ um die Zylinderachse her. Bestimmen Sie dann das Trägheitsmoment einer CD. Ermitteln Sie die notwendigen Abmessungen selbst. Die Dichte von Polycarbonat Makrolon, aus dem CDs bestehen, beträgt $\rho = 1,20\,\mathrm{g/cm^3}$.

$\boxed{1.}$ Consideration: The centre of mass of the (empty) can must be in its exact center for symmetry reasons.
The centre of mass of the liquid inside the can is obviously in the center of that liquid (Calculation from lecture)

So the centre of mass of the whole system can be calculated as follows:
(It is obviously on the center (figural) axis of the system, so only its hight has to be found out)

$$h_{CM} = \frac{1}{m_{can}+m_{beer}} \cdot \left(m_{can} \cdot h_{CM,can} + m_{beer} \cdot h_{CM,beer} \right)$$
$$= \frac{1}{m_{can}+m_{beer}} \cdot \left(\frac{1}{2} m_{can}\, h_{can} + \frac{1}{2} m_{beer}\, h_{beer} \right)$$ +

Where m_{can} is the mass of the empty can and m_{beer} is the mass of the liquid. $h_{CM,can}$ and $h_{CM,beer}$ are the heights of the centres of mass of can and liquid, respectively. $h_{cm,*}$ is $\frac{1}{2} h_*$ for the ~~above given~~ reason given above.

$$m_{can} = 2\pi r \cdot h_{can} \cdot w \cdot \varrho_{can} + 2 \cdot \left(\pi r^2 \cdot w \cdot \varrho_{can} \right) = 2\pi r \cdot w \cdot \varrho_{can} \cdot (h_{can}+r)$$ ++

where r is the can's radius, h is its hight and w the can wall's width; ϱ_{can} is the can's material density.

$$m_{beer} = \pi r^2 \cdot h_{beer} \cdot \varrho_{beer}$$ +

Where r is defined as above, h_{beer} is the liquid level and ϱ_{beer} is the liquid's density.

We get $$h_{CM} = \frac{1}{2\pi r \cdot w \cdot \varrho_{can} \cdot (h_{can}+r) + \pi r^2 \cdot h_{beer} \cdot \varrho_{beer}} \cdot \left(2\pi r \cdot w \cdot \varrho_{can} (h_{can}+r) \cdot \frac{1}{2} h_{can} + \pi r^2 \cdot h_{beer} \cdot \varrho_{beer} \cdot \frac{1}{2} h_{beer} \right)$$

(Since m_{can} is constant with respect to h_{beer}, we'll leave it written as m_{can})

$$h_{cm}(h_{beer}) = \frac{1}{m_{can} + \pi r^2 \varrho_{beer} \cdot h_{beer}} \cdot \left(\frac{1}{2} \pi r^2 \varrho_{beer} \cdot h_{beer}^2 + \frac{1}{2} m_{can} \cdot h_{can} \right)$$

Define $\mu := \pi r^2 \cdot \varrho_{beer}$; $x := h_{beer}$

$$h_{cm}(x) = \frac{1}{\mu \cdot x + m_{can}} \cdot \left(\frac{1}{2} \mu x^2 + \frac{1}{2} m_{can} \cdot h_{can} \right)$$

Differentiating w.r.t. x: $$\frac{d h_{cm}(x)}{dx} = \frac{\mu \cdot \left(-m_{can} \cdot h_{can} + 2 m_{can} x + \mu x^2 \right)}{2 \cdot (m_{can} + \mu x)^2}$$

Looking for zeros: $$x = \frac{\pm\sqrt{m_{can}^2 + h_{can}\, m_{can}\, \mu} - m_{can}}{\mu}$$

Only the positive root is significant because otherwise x is obviously negative.

Plugging in values: Estimations for beer can are as follows:
(sorry, I only have bottles, so the estimated numbers may differ from actual cans ...) +

$r_{can} \approx 3{,}5$ cm
$\varrho_{can} \approx 2{,}7$ g/cm³
(Aluminium)

$h_{can} \approx 1~~7~~5$ cm
$\varrho_{beer} = 1$ g/cm³
(most liquids, esp. beer, water etc.)

$w \approx 0{,}1$ mm $= 0{,}01$ cm

$\Rightarrow$ $m_{can} \approx 12{,}3$ g
$\mu \approx 38{,}5$ g/cm

Plugging all values into the equation for x yields:

$$x = \frac{\sqrt{(12{,}3\,g)^2 + 12{,}5\,cm \cdot 12{,}3\,g \cdot 38{,}5\,g/cm} - 12{,}3\,g}{38{,}5\,g/cm}$$

$$= \underline{2{,}067\ cm}$$ (+)

The above is independent of the shape of the can iff the ~~shape~~ position of the centre of mass of the can can be determined; one has to substitute $h_{cm, can}$ for it then.

$\boxed{3.}$ The gravitational force makes up a centripetal force $\Rightarrow$

$$F_{cp} = F_G$$

$$mv^2/R = Mg$$

a) $m v_1^2 \cdot \frac{1}{R} = Mg \Leftrightarrow v_1^2 = \frac{M}{m} \cdot g \cdot R \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{\frac{M}{m} \cdot g \cdot R}$

$$= \sqrt{\frac{2\,kg}{1\,kg} \cdot g \cdot 0{,}5\,m}$$

$$= \sqrt{1\,m \cdot g}$$

$$= \sqrt{9{,}81}\ \frac{m}{s}$$

$$\approx 3{,}132\ \frac{m}{s}$$ (+)

b) Conservation of angular momentum gives

$$\bar{R}_1 \times \bar{p}_1 = \bar{R}_2 \times \bar{p}_2$$

~~R&F~~ Since we can choose the hole as origin and due to the circular movement p must always be orthogonal to R, we can write the formula as follows:

$$R_1 \cdot p_1 = R_2 \cdot p_2$$

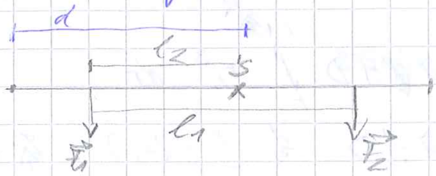
$\Leftrightarrow R_1 \cdot m \cdot v_1 = R_2 \cdot m \cdot v_2$ with $R_1 = 0{,}5\,m$ and $R_2 = 0{,}4\,m$ and v_1 as above.

$$\Rightarrow 0{,}5\,m \cdot 1\,kg \cdot \sqrt{1\,m \cdot g} = 0{,}4\,m \cdot 1\,kg \cdot v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{5}{4} v_1 \approx 3{,}914\ \frac{m}{s}$$ (+)

Nr. 2

a) Choosing the left point of support as turning point and applying the laws of lever gives:



$$|\vec{F_2}| \cdot l_1 = |\vec{F_{ges}}| \cdot l_2$$

$$l_2 = \frac{F_2 \cdot l_1}{F_{ges}} = \frac{3{,}0\,kN \cdot 20\,m}{8{,}0\,kN} = 7{,}5\,m$$

$\vec{F_1} = 5{,}0\,kN$

$\vec{F_{ges}} = 8{,}0\,kN$

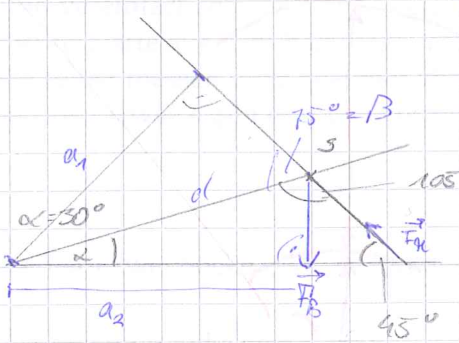
$\vec{F_2} = 3{,}0\,kN$

$l_1 = 20\,m$

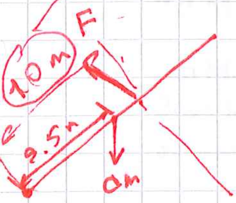
$$d = 2m + l_2 = \underline{\underline{9{,}5\,m}}$$

The center of mass lies at 9,5 m from the left end +

b)



The two perpendiculars (a_1, a_2) work as arms of the lever:

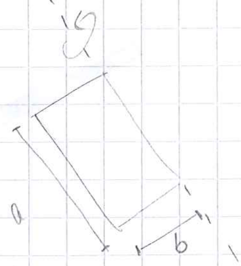


$$|\vec{F_H}| \cdot a_1 = |\vec{F_{ges}}| \cdot a_2$$

$$\Leftrightarrow F_H = \frac{F_S \cdot a_2}{a_1} = \frac{F_S \cdot \cos\alpha \cdot d}{d \cdot \sin\beta} = \frac{8{,}0\,kN \cdot 8{,}6\,m}{9{,}6\,m} = \underline{\underline{7{,}0\,kN}}$$ −

Nr. 4

a)



$$I = \int r_\perp^2 \, dm \quad \text{with } dm = da \cdot db \cdot \varrho$$

$$I = \int r_\perp^2 \varrho \, da \, db$$

$$= \int_0^a \int_0^b (b)^2 \varrho \, da \, db$$

$$= \varrho a \int_0^b b^2 \, db = a \varrho \tfrac{1}{3} b^3$$ +

with $a \cdot b \cdot \varrho = m$: $= \underline{\frac{1}{3} m b^2}$

and?

$a = 0{,}3\,m$

$b = 0{,}2\,m = r_\perp$

$\varrho = 2 \cdot 10^3 \frac{kg}{cm}$

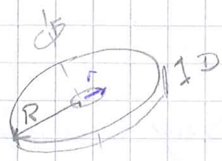
OAG-A
+HAG

$\frac{a_2}{0S} = \cos\alpha$

$\frac{a_1}{0S} = \frac{\sin}{\cancel{\cos}} 75$

b)

$$I = \rho \int_r^{r+R} \int_0^{2\pi} \int_0^{D} r_\perp^2 \underbrace{r \cdot dr \cdot d\varphi \cdot dz}_{=dV\text{, cylindric coordinates}}$$



$$= 2\pi \rho D \int_r^{r+R} r_\perp^3 \, dr$$

$$= 2\pi \rho D \; \frac{1}{4} \left[(R+r)^4 - r^4 \right] \quad +$$

$$= 2\pi \cdot \rho D \; \cancel{\frac{1}{4} (2075,6\ cm}$$

$$= 2\pi \rho D \; \frac{1}{4} \left[(6cm + 0,75cm)^4 - (0,75cm)^4 \right]$$

$$\approx \cancel{47\ kg\, m^2} \;\; 4,7 \cdot 10^{-5}\ kg\, m^2$$

$R = \cancel{120}\ 60\ mm = 60 \cdot 10^{-3}\ m$ +

$r = \cancel{15}\ 7,5\ mm = 7,5 \cdot 10^{-3}\ m$ +

$D = 1,2\ mm = 1,2 \cdot 10^{-3}\ m$ +

$\rho = 1,2\ \frac{g}{cm^3}$ +

$= 1,2 \cdot 10^{-3}\ \frac{kg}{cm^3}$