Δus = deltaus = ∂taus

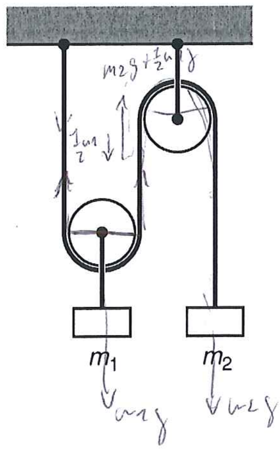
Name(n): Malika RENZ, Jannis Andrija SCHNITZER Gruppe: G7 Punkte: 4 | 8 | 9 | 10

4. Übungsblatt Experimentalphysik I WS 2011/2012

Abgabe: **10.-11. Nov 2011** im Gruppenunterricht **2 Seiten!**

4.1 Flaschenzug (10 Punkte)

Am rechts dargestellten, reibungs- und masselosen Flaschenzug hängen zwei Massen $m_1 = m_2 = m$. Bis zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich beide Massen in Ruhe und auf gleicher Höhe, $z_1 = z_2 = 0$, da m_2 festgehalten wird. Zur Zeit $t = 0$ wird m_2 losgelassen.



a) Fertigen Sie eine Skizze der Anordnung an und tragen Sie die Kräfte ein, die auf die Massen m_1 und m_2, sowie auf die Aufhängepunkte des Seils und der festen Rolle wirken.

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Masse m_2 auf und berechnen Sie $z_2(t)$.

c) Abgesehen von diesem rein akademischen Beispiel werden Flaschenzüge auch im Alltag eingesetzt. Welchen Vorteil haben Sie, die Masse m_1 mit einem Flaschenzug zu heben? Wie „bezahlen" Sie für diesen Vorteil?

4.2 Achtung Unfallgefahr (10 Punkte)

Sie fahren ein Auto (Masse $m = 1{,}5\,\mathrm{t}$) mit einer Geschwindigkeit $v_1 = 120\,\mathrm{km/h}$ auf der Autobahn, sehen plötzlich in einer Entfernung L einen Verkehrsstau, und mit einer Verzögerung von $t_0 = 1{,}3\,\mathrm{s}$ (typische Reaktionszeit) treten Sie auf die Bremse. Das Stauende bewegt sich dabei mit der Geschwindigkeit $v_s = 20\,\mathrm{km/h}$ nach vorne. Von hier an wirkt auf Ihr Auto eine konstante bremsende Kraft F_B, bis Sie knapp vor dem Stauende Ihre Geschwindigkeit bis v_s drosseln und mit der Staukolonne weiterfahren. Um bei einer Geschwindigkeit von $v_B = 100\,\mathrm{km/h}$ eine Vollbremsung mit der gleichen Kraft F_B zu machen, wäre ein Bremsweg von $B = 50\,\mathrm{m}$ nötig.

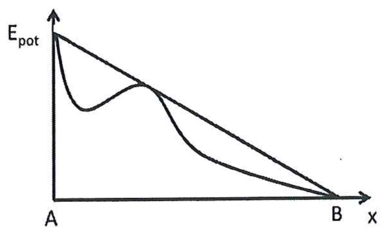
a) In welchem Abstand L haben Sie das Stauende gesehen?
Stellen Sie zuerst die Bahnkurven $x_k(t)$ und $x_a(t)$ für das Ende der Kolonne und das Auto auf. $t = 0$ bezeichnet dabei den Zeitpunkt bei dem Sie das Stauende sehen. Fertigen Sie eine Skizze mit $x_k(t)$, $x_a(t)$ an. Erstellen Sie auch ein entsprechendes Schaubild für die Geschwindigkeiten. Für die Skizzen spielen die genauen Zahlenwerte keine Rolle.

b) Mit pochendem Herzen klammern Sie sich an Ihrem Lenkrad fest und denken darüber nach, was wohl passiert wäre, wenn Sie mit einer Geschwindigkeit $v_2 = 150\,\mathrm{km/h}$ gefahren wären, bei gleichem Abstand L den Stau gesehen hätten und nach gleicher Reaktionszeit auf die Bremse getreten hätten, so dass dieselbe bremsende Kraft F_B gewirkt hätte. Mit welcher Geschwindigkeit u relativ zur Staukolonne wären Sie auf das hintere Auto geprallt?

Zusatzfrage (ohne Bewertung): Gehen Sie davon aus, dass dabei die verlorene kinetische Energie in den Bremsen in Wärme umgewandelt wird. Um wie viel Grad erwärmen sich die Bremsen, wenn man davon ausgeht, dass sich jede der 4 Bremsen durch 1 kJ um ca. 2 Grad erwärmt (dies entspricht in etwa einem 1 kg Stahl für eine Bremse)?

4.3 Potentielle Energie (10 Punkte)

Skizzieren Sie für die beiden potentiellen Energien $E_{pot}(x)$ eines Teilchens in der Skizze die beschleunigende Kraft $F(x)$, die Geschwindigkeit $v(x)$, sowie $v(t)$ und $x(t)$. An welchen Stellen bleibt ein sich anfänglich nicht bewegendes Teilchen in Ruhe? Sind das stabile, oder instabile Ruhelagen? In welchem Potential kommt ein von A startendes Teilchen schneller im Punkt B an? Begründen Sie!

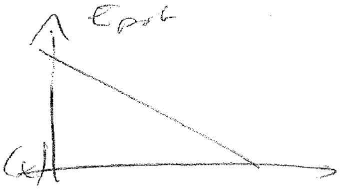


NOTES - DO NOT MARK

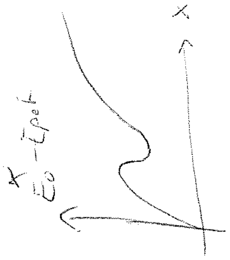
↓

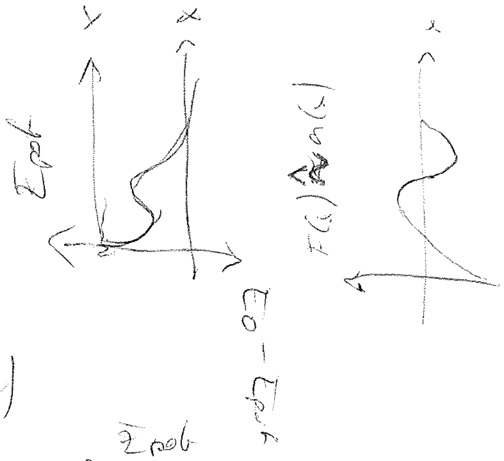
$E_{pot} + E_{kin} = E_{pot\,0}$

$- E_{pot} + E_{pot\,0} = E_{kin} = mv^2$

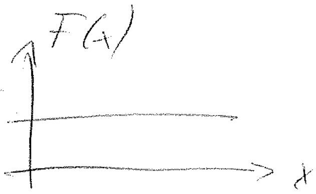


$\frac{\partial v(x)}{\partial t} = a(x)$

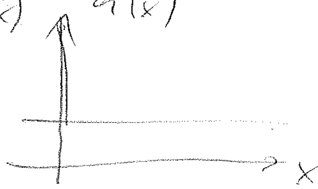




$\frac{\partial v(x)}{a(x)} = \partial t$



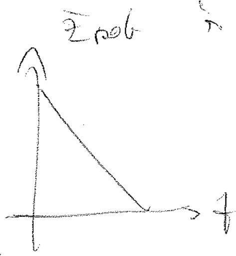
$\int dt = \int \frac{dv(x)}{a(x)}$



$\frac{dv(x)}{dt} = a(x)$

$t = \frac{v(x)}{a(x)}$

const (x)



$t \sim v(x)$

$\sim \sqrt{x}$

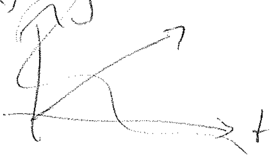
$t^2 \sim x^2$

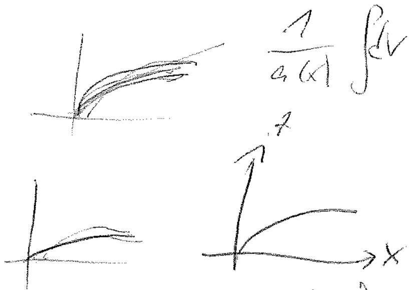
$\frac{2}{m}(E_0 - E_{pot}(x)) = v^2(x)$

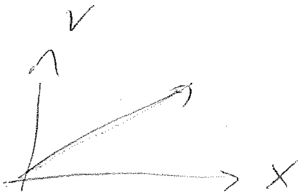
$\frac{dv(x)}{a(x)} = dt$

$\frac{1}{a(x)} \int dv(x) = \int dt$

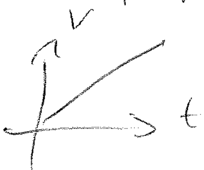
$t = \frac{v(x)}{a(x)}$

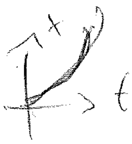


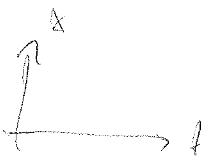


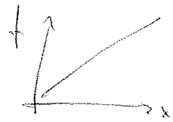


$t \sim v(x)$







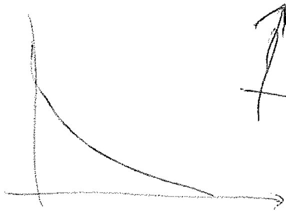


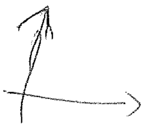
$v \sim x$

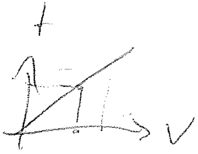
$\int dt = \frac{1}{a} \cdot v(x)$

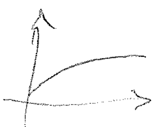
$t \sim v(x)$

$\cancel{v \sim x}$



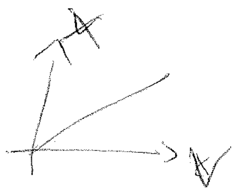






$v \sim \sqrt{x}$

$\Rightarrow t \sim x$



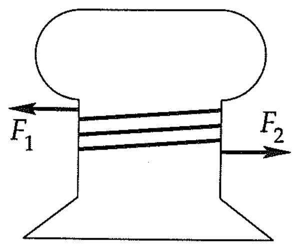
$\int dt = \frac{dv(x)}{dt}$

$E_{pot}(x) = E_{pot}(ct)$

↓

const

4 Seilreibung – Euler-Eytelwein-Formel (10 Punkte)

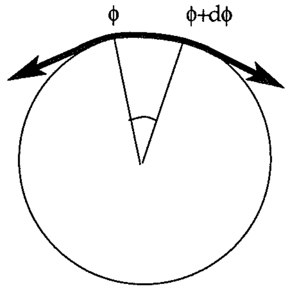


Ein Schiff der Masse $m = 1000$ Tonnen wird am Anleger vertäut. Dafür wird das Schiffstau dreimal um einen runden Poller gewickelt, und ein Matrose hält das freie Tauende mit der Hand, bevor es befestigt wird. Das Schiff bleibt somit in Ruhe. Ohne Befestigung würde das Schiff durch Wellen vom Land getrieben und wäre bereits nach $t = 5\,\mathrm{s}$ im Abstand von $l = 4\,\mathrm{m}$ vom Anleger entfernt.

a) Angenommen, die Wellen üben auf das Schiff eine konstante Kraft F_1. Wie groß ist diese Kraft?

b) Der Reibungskoeffizient zwischen dem Tau und dem Poller beträgt $\mu = 0.4$. Mit welcher Kraft F_2 zieht der Matrose am Tau?

Hinweis: Um die gesamte Reibungskraft zwischen dem Tau und dem Poller zu bestimmen, können Sie wie folgt vorgehen. Betrachten Sie einen infinitisimalen Abschnitt des Taus auf dem Poller im Winkelbereich $d\phi$. Die benachbarten Abschnitte wirken in Punkten ϕ und $\phi + d\phi$ auf diesen Abschnitt mit Zugkräften, die sich um den Betrag der Reibungskraft voneinander unterscheiden. Zeigen Sie dass für die Zugkraft als Funktion des Winkels die folgende Beziehung gilt:



$$\frac{dF(\phi)}{F(\phi)} = \mu\, d\phi\,.$$

Nun integrieren Sie die beiden Seiten dieser Differenzialgleichung im Bereich zwischen zwei Punkten ϕ_1 und ϕ_2 und bestimmen Sie das Verhältnis zwischen den Zugkräften an diesen Punkten als Funktion der Winkeldifferenz $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. Überlegen Sie dann, welchem Winkelbereich $\Delta\phi$ drei Wicklungen des Taus entsprechen.

NOTES:

a) $m = 1000\,000\,\mathrm{kg}$

$t_0 = 0$

$l_0 = 0 = l(t_0 = 0)$

$t_1 = 5\,\mathrm{s} \quad l(t_1) = 4\,\mathrm{m}$

$F = m \cdot \ddot{l} = \text{const}$

$\ddot{l} = \frac{F_1}{m}$; $\quad \dot{l} = \int \frac{F_1}{m} dt + \dot{l}_0 = \frac{F_1}{m} \cdot t + \dot{l}_0$

$l = \int \frac{F_1}{m} t \, dt + \int \dot{l}_0 \, dt + \underbrace{l_0}_{0}$ $\qquad \dot{l}_0 = \dot{l}(t=0) = 0$ („in Ruhe")

$\Rightarrow l = \frac{F_1}{2m} t^2$

$4\,\mathrm{m} = \frac{F_1}{2000\,t} \cdot (5\,\mathrm{s})^2$

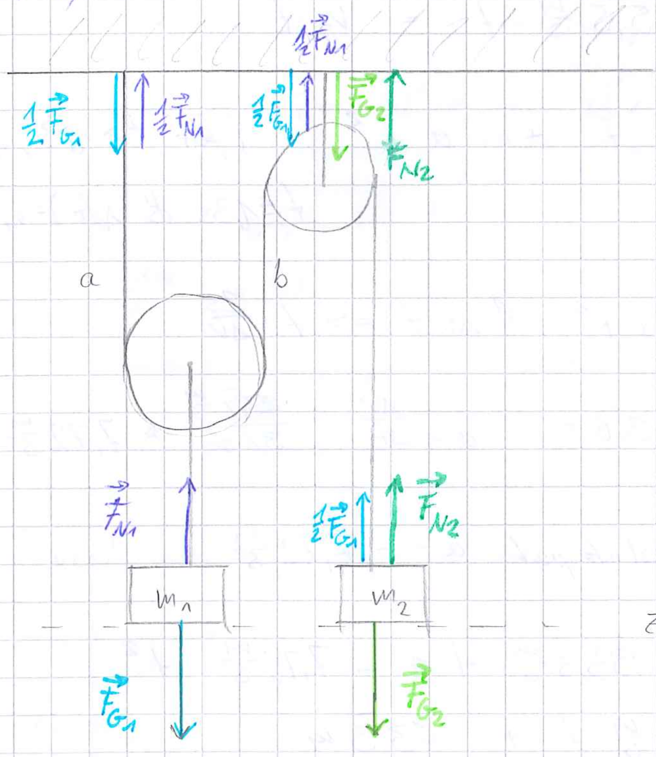
$F_1 = 4\,\mathrm{m} \cdot 2000\,000\,\mathrm{kg} \cdot \frac{1}{25\,\mathrm{s}^2}$

$= \frac{8}{25}\, 10^6 \,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}^2} = 3{,}2 \cdot 10^5\,\mathrm{N}$

$\frac{5}{25}$ $\qquad \frac{80}{25} = 3{,}2$

Experimentalphysik - Blatt 4

4.1 a)



$z_1 = z_2$ at $t=0$

$\vec{F}_{N1}$: normal force 1, $\vec{F}_{N1} = -\vec{F}_{G1}$

$\vec{F}_{N2}$: normal force 2, $\vec{F}_{N2} = -\vec{F}_{G2}$

b) $\vec{a}(t) = \frac{\vec{F}_{Res}}{m}$, here only components in z-direction ↕

$t=0$, $v_0 = 0$; $z_0 = 0$

$$z_2(t) = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{F_{Res}}{m} \cdot t^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} F_{G1}}{m} \cdot t^2$$

$$= \frac{F_{G1}}{4m} \cdot t^2$$

c) As each of the parts a, b of the rope is loaded with only a part (in this case half) of the gravitational force of the weight we only need to pull with half of the force at the other end of the rope to move m_1. Thus we can lift much heavier things.

The disadvantage is that we have to apply that force a longer way: by pulling down m_2 1m we only gain half a meter of height at m_1.

+

4.2

(++) L: (reactionway + braking distance) − v_3 · (1,3s + braking time)

$$x_k(t) = 20\,\frac{km}{h} \cdot t = 5{,}\overline{5}\,\frac{m}{s} \cdot t = v_3 \cdot t$$

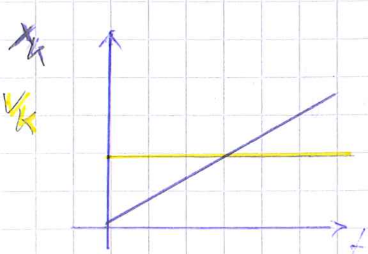
$$x_a(t) = 1{,}3s \cdot v_1 + v_1 \cdot t + a\,t^2$$ (for $t > 1{,}3$, for $t \le 1{,}3s$ it's $x_a(t) = v_1 \cdot t$)

a:
$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2}\Delta v\, t \Rightarrow t = \frac{2s}{\Delta v}$$

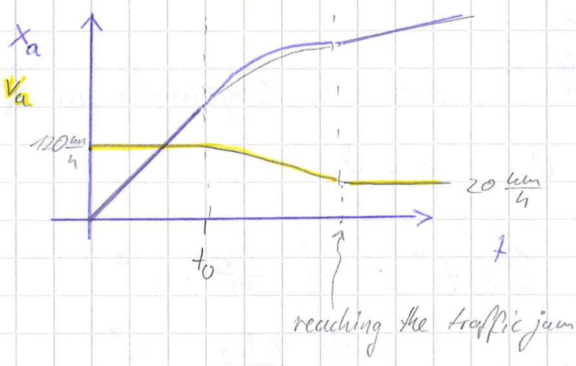
$$\Delta t = \frac{2s}{\Delta v} = \frac{2 \cdot 50m}{100\frac{km}{h}} = \frac{100\,m}{27{,}\overline{7}\frac{m}{s}} = 3{,}6\,s \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}\overline{7}\frac{m}{s}}{3{,}6\,s} \approx 7{,}72\,\frac{m}{s^2}$$

as $\vec{a}$ is opposite to $\vec{v}$, we need to put $a = -7{,}72\,\frac{m}{s^2}$

$$x_a(t) = 1{,}3s \cdot 33{,}\overline{3}\,\frac{m}{s} + 33{,}\overline{3}\,\frac{m}{s} \cdot t - 7{,}72\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$
$$= -7{,}72\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 33{,}\overline{3}\,\frac{m}{s} \cdot t + 43{,}\overline{3}\,m$$



(+)



reaction way: $43{,}\overline{3}\,m$, $B = 50m$ in $3{,}6s = t_B$ $\quad v_3 = 20\frac{km}{h} = 5{,}\overline{5}\frac{m}{s}$

$$L = 43{,}\overline{3}m + 50m - 5{,}\overline{5}\,\frac{m}{s} \cdot (1{,}3s + 3{,}6s)$$ ok, but...
$$= 93{,}\overline{3}\,m - 27{,}\overline{2}\,m = 66{,}\overline{1}\,m$$

→ We saw the end of the jam in a distance of about 66m.

b)

reaction way $s = 1{,}3s \cdot v_2 = 1{,}3s \cdot 150\frac{km}{h} = 1{,}3s \cdot 41{,}\overline{6}\frac{m}{s} = 54{,}16\,m$

which means $L - s = 66{,}\overline{1}m - 54{,}16m \approx 12m$ ~~is the distance left to plus the distance the other cars~~ is the distance left to brake.

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{24m}{7{,}72\frac{m}{s^2}}} \approx 1{,}76\,s$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t = 7{,}72\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}76\,s = 13{,}6\,\frac{m}{s}$$

$$v_2 - \Delta v = 28{,}05\,\frac{m}{s} \approx 100\,\frac{km}{h}$$

4.3 Idea: estimating all quantities ~~by~~ graphically.

$F(x) = -\dfrac{dE_{pot}}{dx}$ → estimating* slope of E_{pot} graph, negating.

$v(x)$: $E_0 - E_{pot}(x) = E_{kin}(x)$ → inverting the $E_{pot}(x)$ graph horizontally, starting in origin

$$E_{kin}(x) = \frac{1}{2} m \cdot v(x)^2 \Rightarrow v(x) = \sqrt{\frac{2}{m} E_{kin}(x)} = \sqrt{\frac{2}{m}} \cdot \sqrt{E_{kin}(x)}$$

→ estimating $\sqrt{E_{kin}(x)}$ from graph of $E_{kin}(x)$

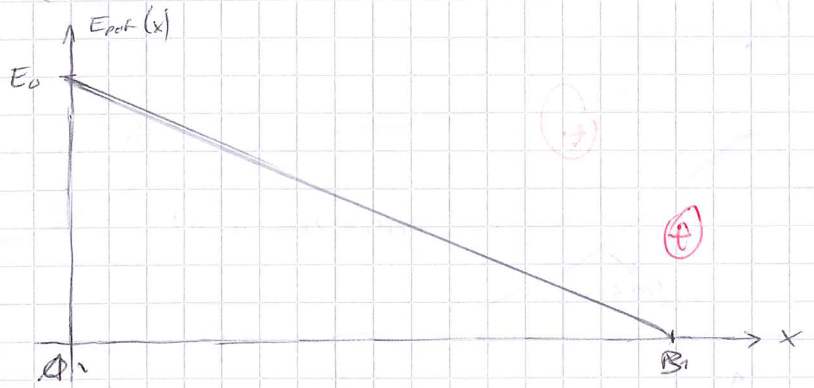
$x(t)$: finding graph for $t(x)$ using the following information:

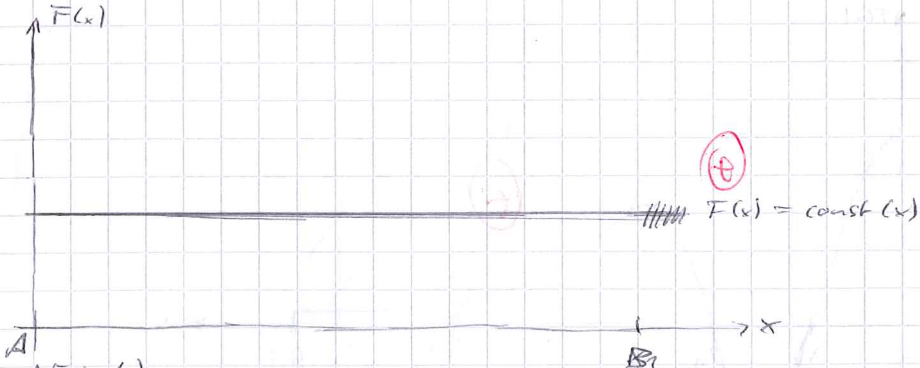
$$\frac{dx}{dt} = v(x) \Rightarrow \frac{dx}{v(x)} = dt \Rightarrow t = \int \frac{1}{v(x)}\, dx$$

→ Estimating $\frac{1}{v(x)}$ from graph of $v(x)$ and estimating integral by using growth of area under graph of $\frac{1}{v(x)}$ as slope for $t(x)$. Finally inverting the graph ~~axis~~ both axes to get $x(t)$.

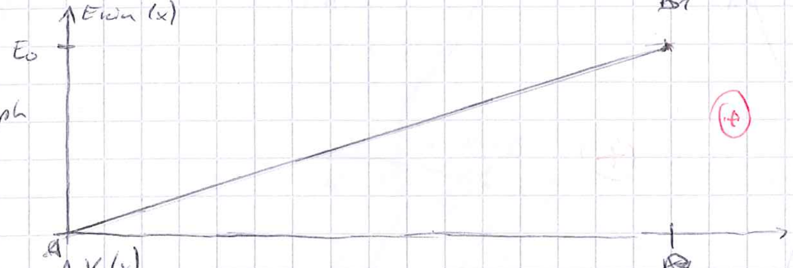
$v(t)$: estimating slope of $x(t)$ graph.

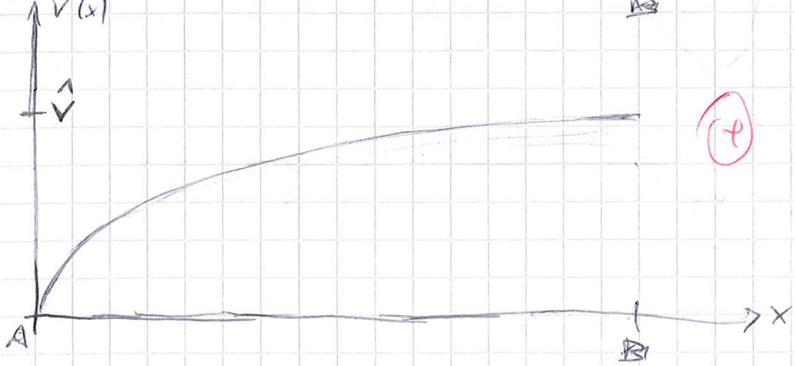
Graphs: (Scenario 1)



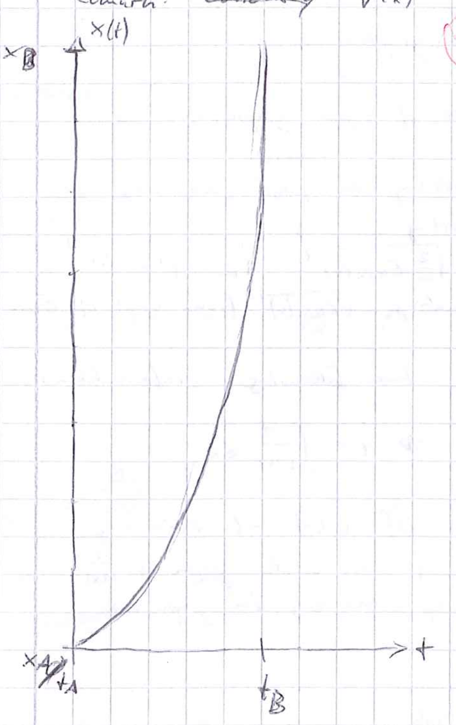


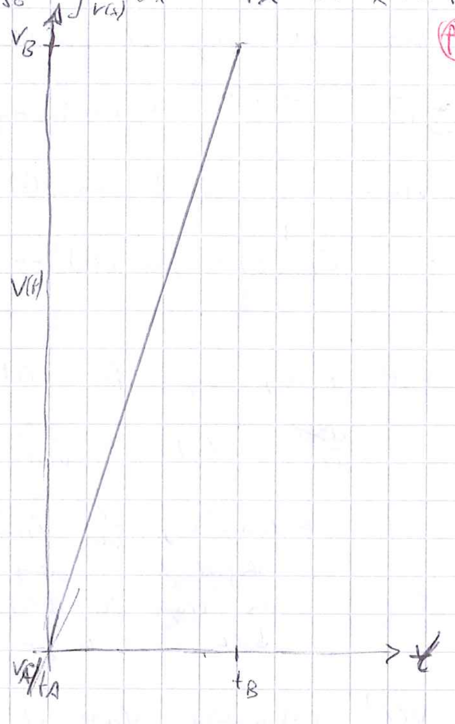
(auxiliary graph for Ekin)



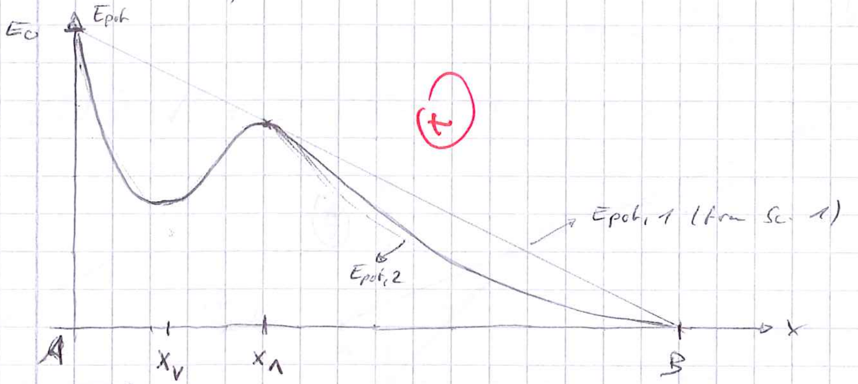


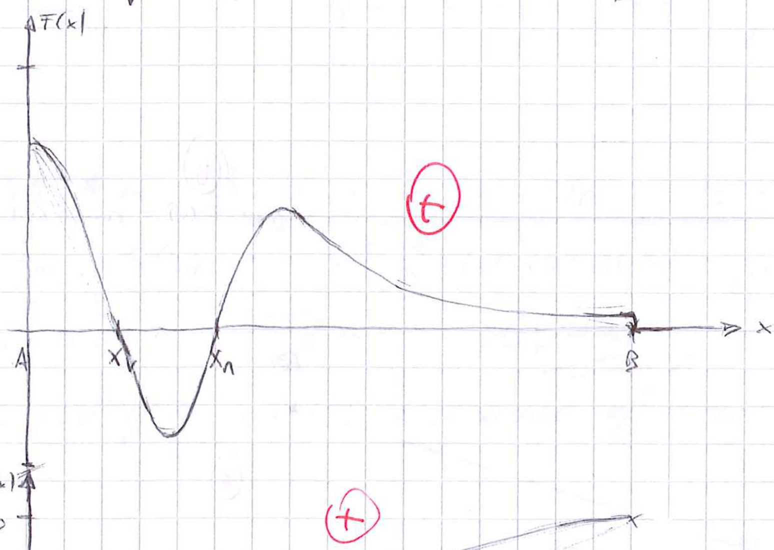
Remark: ~~obviously~~ approximately: $v(x) \sim \sqrt{x}$, so $\int \frac{1}{v(x)}\,dx \sim \sqrt{x} \Rightarrow x \sim t^2$



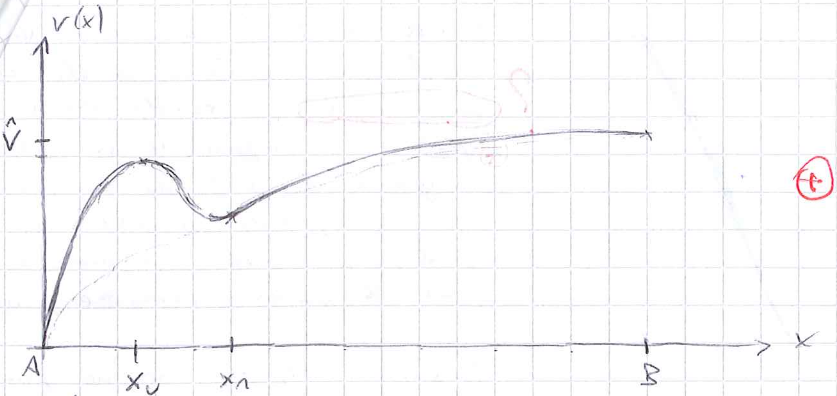


(Scenario 2:)

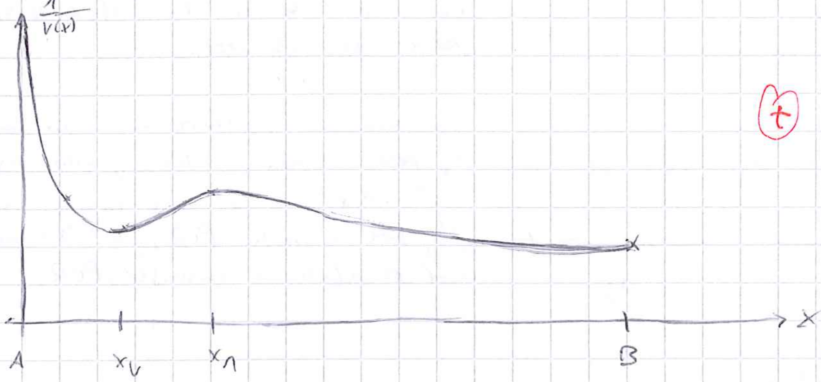




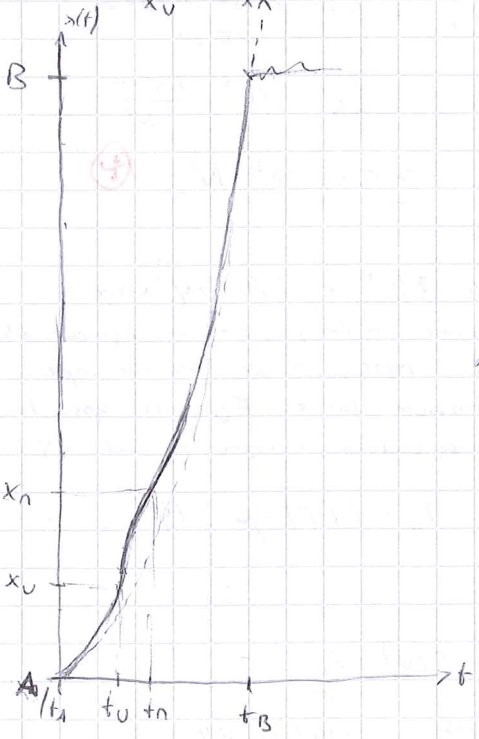
(aux: $E_{kin}(x)$)

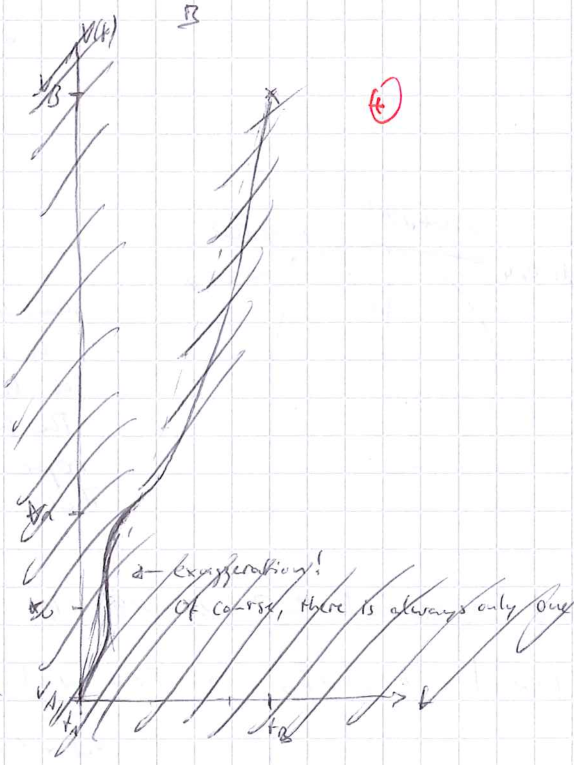


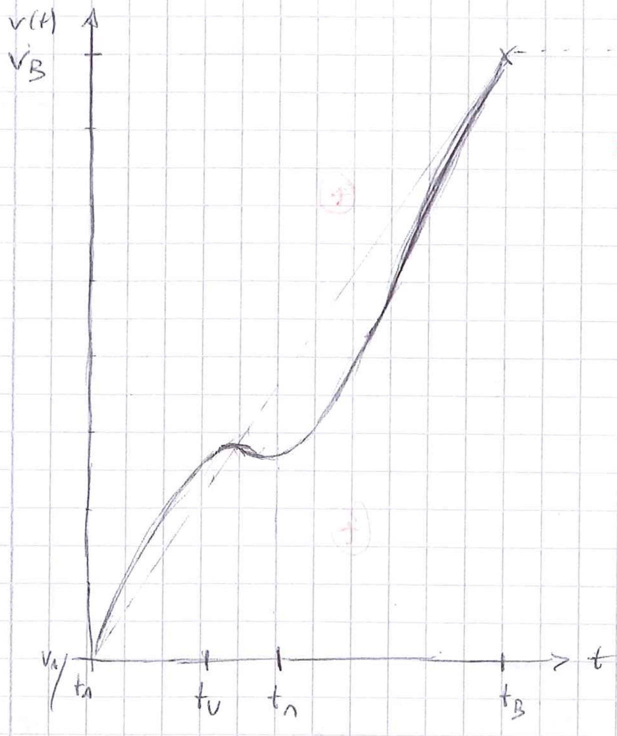
aux: $\frac{1}{v(x)}$



aux: $t(x)$







In both potentials, a particle sta[rting] in A ends in B at exactly the same time with exactly the same speed. This happens because overall energy must always be the same; whenever one particle is faster in one point, it is slower in another so that the deviations from average equate.

In scenario 1, there are no points of rest because the slope of E_{pot} never becomes zero.

In scenario 2, there are two points of rest, shown in the graphs as $x^\wedge$ and $x^\vee$. $x^\vee$ is a minimum and therefore a stable POR; $x^\wedge$ is a maximum and therefore an unstable POR.

4. a)

$m = 10^6$ kg

$t_0 = 0$; $l(0) = l_0 = 0$; $\dot{l}_0 = 0$ ⇐ «in Ruhe»

$t_1 = 5s$; $l(t_1 = 5s) = 4m$

$$F_1 = m \cdot \ddot{l} = \text{const} \Rightarrow \ddot{l} = \frac{F_1}{m} \; ; \quad \dot{l} = \dot{l}_0 + \int_{t_0=0}^{t} \frac{F_1}{m} dt' = \frac{F_1}{m} \cdot t$$

$$l = l_0 + \int_{t_0=0}^{t} \frac{F_1}{m} t' dt' = \frac{1}{2}\frac{F_1}{m} \cdot t^2$$

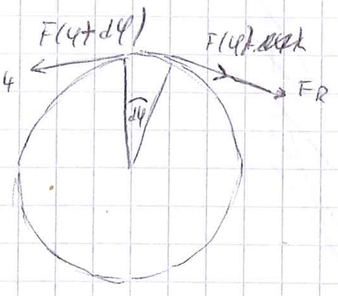
$$l(5_s) = 4m = \frac{1}{2}\frac{F_1}{m} \cdot (5_s)^2 = \frac{F_1 \cdot 25s^2}{2 \cdot 10^6 kg} = 4m$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{4m \cdot 2 \cdot 10^6 kg}{25s^2}$$

$$= \frac{80}{25} \cdot 10^5 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$\underline{= 3{,}2 \cdot 10^5 N}$$

b) $\mu = 0{,}4$



Remark: $F(\varphi)$ and $F(\varphi + d\varphi)$ are the same in every point or segment $d\varphi$ of the rope, or all over the rope. The friction force F_R acts upon the rope seperately in every segment $d\varphi$. Thus:

$$F_R = F(\varphi) \cdot \mu \cdot d\varphi$$

~~F(φ) = F(φ+dφ) + F_R ⇒ F(φ) ...~~

$$F(\varphi + d\varphi) = F(\varphi) + F_R \Rightarrow \underbrace{F(\varphi + d\varphi) - F(\varphi)}_{\text{defined as } dF(\varphi)} = \underbrace{F_R}_{F(\varphi) \cdot \mu \cdot d\varphi}$$

$$\Rightarrow dF(\varphi) = \mu \cdot F(\varphi) \cdot d\varphi \qquad \left(\Leftrightarrow \frac{dF(\varphi)}{d\varphi} = \mu \cdot F(\varphi) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{dF(\varphi)}{F(\varphi)} = \mu \cdot d\varphi \quad \square$$

Now integrating from φ_1 to φ_2:

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{dF(\varphi)}{F(\varphi)} = \mu \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(F(\varphi)\right)\Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \mu \cdot \varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$

see also sketches!

Let $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$; $F_1 := F(\varphi_2)$, $F_2 := F(\varphi_1)$ (because angles are compared counterclockwise)

$$\ln\left(F(\varphi_2)\right) - \ln\left(F(\varphi_1)\right) = \mu \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = \mu \cdot \Delta\varphi$$

$$\Leftrightarrow \quad e^{\ln(F_1) - \ln(F_2)} = e^{\mu \cdot \Delta\varphi}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{F_1}{F_2} = e^{\mu \cdot \Delta\varphi}$$

Three turns of the rope correspond to a $\Delta\varphi$ of $3 \cdot 2\pi = 6\pi$. 1

Thus the ratio of the forces $\frac{F_1}{F_2}$ evaluates to $e^{6\pi \cdot 0{,}4} \approx 1881.50$ 1

If F_1 is $3.2 \cdot 10^5\,N$, as calculated in (a), the sailor has to pull with $F_2 = \frac{F_1}{1881.50} \approx 170.08\,N$

$\approx 17.34\,kg \cdot g$, which is plausible! 1