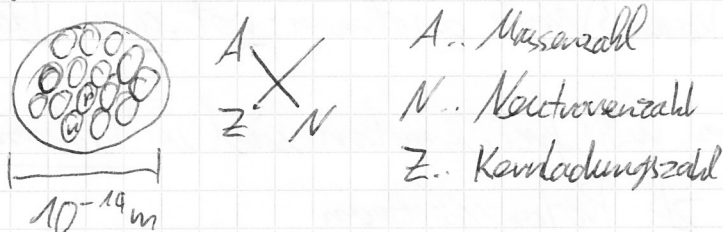
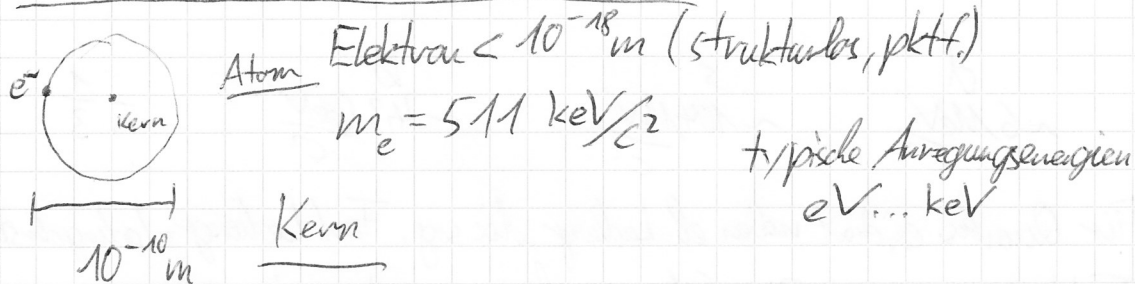


1. Einführung

1.1 Struktur der Materie (Überblick)

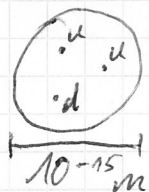


Kernradius $A \sim V \sim R_K^3$

$R_K = 1,22 \cdot 10^{-15} \text{ m } A^{1/3} = 1,22 \text{ fm } A^{1/3}$

typische Anregungsenergien $\sim \text{MeV}$

Nukleon (Neutron/Proton)



$m_p = 938,3 \text{ MeV}/c^2$

typ $\sim 200 \text{ MeV}$

$m_n = 939,6 \text{ MeV}/c^2$

$= u, d$ Quarks, strukturlos = pktf.
 $< 10^{-18} \text{ m}$

1.2 Fundamentale Materiebausteine

\rightarrow pkt-förmige Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen = Fermionen

	I	II	III	$Q_{el} [e]$
(1) Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ	$= 0$
	$m_\nu < 2 \text{ eV}/c^2$			
	e^- $511 \text{ keV}/c^2$	μ^- $106 \text{ MeV}/c^2$	τ^- $1,78 \text{ GeV}/c^2$	$= -1$

(7) Quarks

$$u \sim 3 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$c \sim 1,3 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$t \sim 173 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$Q_d [e] + \frac{2}{3}$$

$$d \sim 6 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$s \sim 104 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$b \sim 4,3 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$- \frac{1}{3}$$

Für Quarks existiert neben el. Ladung die sog. Farbladung = Ladung der starken WW
Farbladungen kann 3 Werte annehmen: rot, grün, blau

Quarks existieren nicht frei, sondern sind in Hadronen gebunden: zB Proton/Neutron

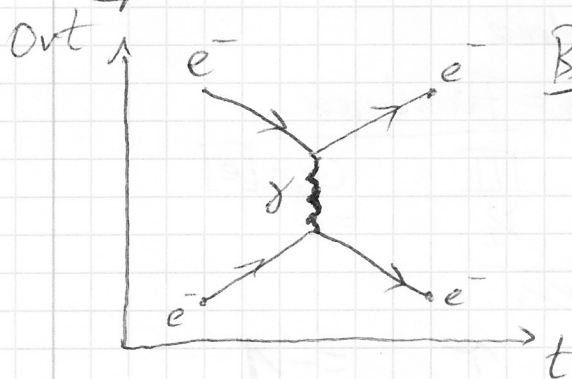
Zu allen fundamentalen Materieteilchen existiert ein Antiteilchen mit entgegengesetzter Ladung aber gleicher Masse:

$$\begin{array}{ll} e^- \leftrightarrow e^+ & \nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e \\ u \leftrightarrow \bar{u} & d \leftrightarrow \bar{d} \end{array}$$

1.3 Fundamentale Wechselwirkungen

QFT: Kräfte \leftrightarrow quantisierte Felder

Wechselwirkungen werden als Austausch dieser Feldquanten beschrieben Austauschbosonen Spin = ganzzahlig

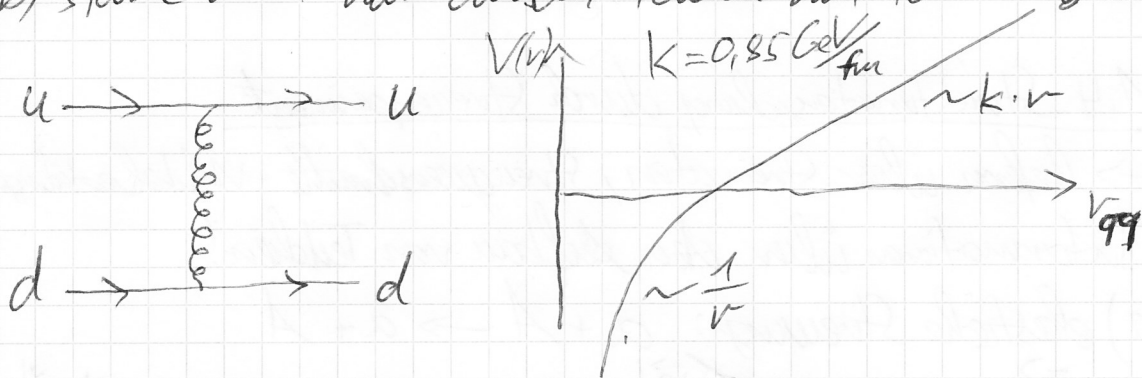


Bsp: E.m. Streuung zweier Elektronen

WW	rel Stärke	Austausch boson	Spin	Masse	Reichw.
stark	1	8 Gluonen	1	0	$< 1 \text{ fm}$
e.m.	$\sim 10^{-2}$	Photon	1	0	∞
schwach	$\sim 10^{-7}$	W^\pm, Z^0 Bosonen	1	$80 \text{ GeV}/c^2$ $91 \text{ GeV}/c^2$	$\sim 10^{-3} \text{ fm}$
Gravitation	$\sim 10^{-39}$	Graviton?	2	0	∞

WW zwischen den fundamentalen Teilchen

- a) e.m. WW: Wirkt zwischen allen elektr. geladen Teilchen
 b) starke WW: nur zwischen Teilchen mit Farbladung Quarks



Entfernt man 2 Quarks voneinander wirken unendl. große Kräfte \Rightarrow Quarks sind in farbneutralen Hadronen gebunden.

2 Typen von farb. Quarkzuständen / Hadronen

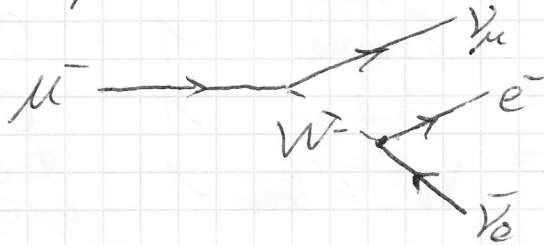
- (1) 3 Quark-Systeme = Baryonen
- $r + b + g = \text{farbneutral}$
- $p = |uud\rangle$
 $n = |udd\rangle$
 $\Lambda^0 = |uds\rangle$
 $\Sigma^+ = |uus\rangle$

(2) Quark-Antiquark-Systeme = Mesonen

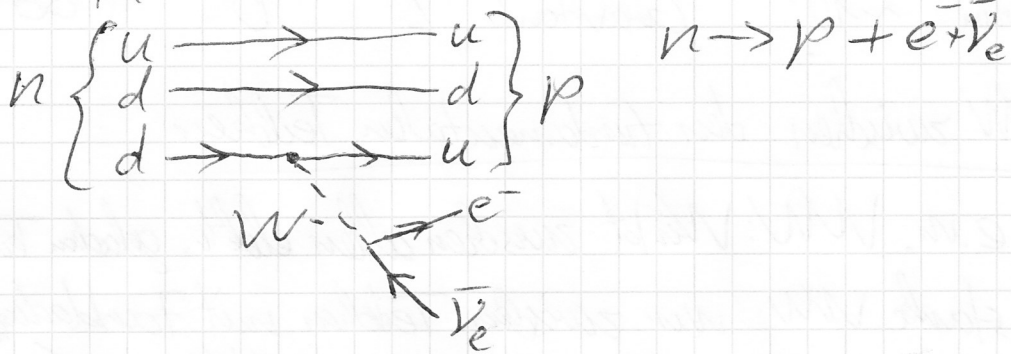
- $r + \bar{r}$ od. $b + \bar{b}$ od. $g + \bar{g} = \text{farbneutral}$
- $\pi^+ = |u\bar{d}\rangle$ $\pi^- = |\bar{u}d\rangle$
 $K^+ = |u\bar{s}\rangle$ $K = |\bar{u}s\rangle$

c) Schwache WW: koppelt an alle Materiekonstrukte

β -Zerfall



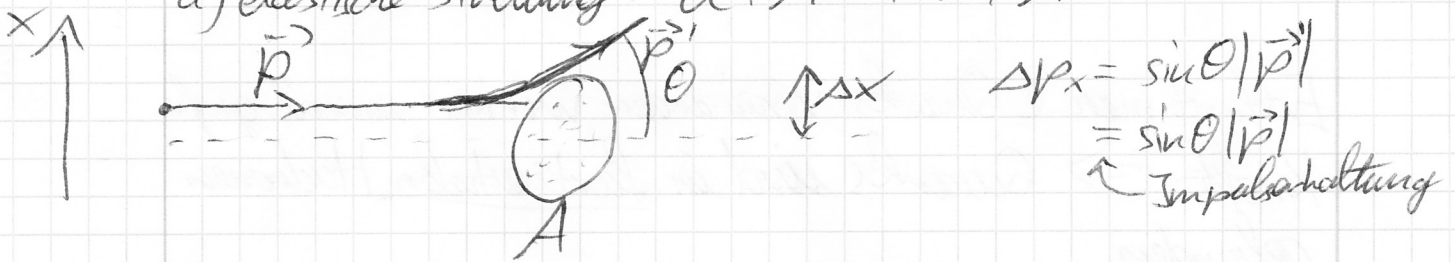
Neutron-Zerfall



1.4 Strukturuntersuchung durch Streuexperimente

→ liefern über Streuwinkel, Streuquerschnitte + Winkelverteilungen Informationen über den Aufbau von Teilchen!

a) elastische Streuung: $a + A \rightarrow a + A$



Auflösungsvermögen

liegt in der Größenordnung der DeBroglie Wellenlänge des Teilchens a : $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$

- Auflösungsvermögen: $\Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x}$

p	Δx ($\theta = 45^\circ$)
$1 \text{ GeV}/c$	$0,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
$100 \text{ GeV}/c$	$3 \cdot 10^{-18} \text{ m}$

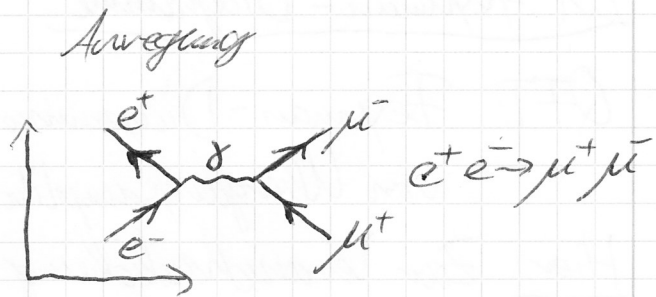
(4) $\parallel hc = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} \quad h = \frac{h}{2\pi} \parallel$

b) inelast. Streuexp.

$$a + b \rightarrow a^* + b$$

$$\rightarrow c + d$$

Erzeugung neuer Teilchen



1.5 Relativistische Kinematik

In Teilchenphysik $E \gg mc^2$ (hochrelativistisch)

Rel. Energie-Impuls Bez. $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

4er-Vektoren: (Zeit $\cdot c$, Ort) $\times (ct, \vec{x})$

$$a = (a_0, \vec{a}) \quad (E/c, \text{Impuls}) \quad p = (E/c, \vec{p})$$

Skalarprod. $a \cdot b = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$
 \rightarrow Lorentzinvariant

Bsp. 1: $p = (E/c, \vec{p})$ $p \cdot p = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p} \cdot \vec{p} = m^2 c^2$

\hookrightarrow invariante Masse

Bsp. 2: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$

γ_1 $p_1 = (E_1/c, \vec{p}_1)$

γ_2 $p_2 = (E_2/c, \vec{p}_2)$

$$M^2(\pi^0) = M^2(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{c^2} (p_1 + p_2)^2 = \frac{1}{c^2} \left[\frac{1}{c^2} (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \right]$$

$$= \frac{2E_1 E_2}{c^4} (1 - \cos\theta)$$

Für Photon (masselos)

$$0 = m_\gamma^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 \rightarrow \frac{E}{c} = |\vec{p}|$$

2. Beschreibung von Streuprozessen

2.1 Feynman-Diagramme

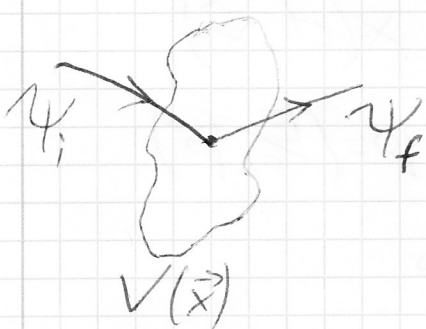
QFT: Feynman-Diagramme sind Rechenregeln zur Berechnung von Übergangsamplituden

Hier: Zur Veranschaulichung der Dynamik von Prozessen

Typ. Problem: Vorhersage der WW-Wahrsch. bzw. WW-Rate eines Streuprozesses

By: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

Aus Physik IV: Übergangsampl. eines atomaren Übergangs



$$\text{Hamilton: } H = H_0 + H_{\text{St}} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{x})$$

Störungstheorie für $H_{\text{St}} \ll H_0$

ψ_i, ψ_f Eigenfkt zu H_0

Für freies Teilchen:

$$\psi_i = N \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t) \quad N = \text{Normierung}$$

$$\text{mit } \vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar} \text{ und } \omega = \frac{E}{\hbar}$$

Übergangsamplitude:

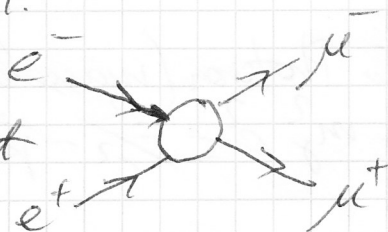
$$A(i \rightarrow f) = \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \int \psi_f^* H_{\text{St}} \psi_i d\vec{x} dt$$

$$\text{Übergangswahrsch.} \sim P(\text{Wahrsch.}) \sim |A|^2$$

in Atomphysik - Teilchen bleibt erhalten
- nicht relativistisch.

In Teilchenphysik:

- Teilchen werden vernichtet und erzeugt
- hochrelativistisch



(6)

1) QFT: Quantisierung der Felder Ψ

→ Operatoren zur Erzeugung/Vermeidung von Feldern

2) Relativistische Energie-Impuls-Bez. $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

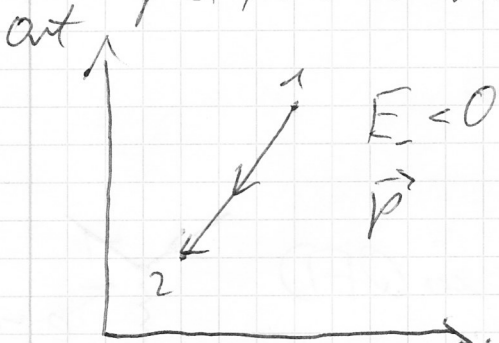
→ 2 Energieeigenwerte $E_+ > 0$
 $= \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \leadsto \omega_+ = + \frac{\sqrt{\quad}}{\hbar} = \omega$

$E_- < 0$
 $= -\sqrt{\quad} \leadsto \omega_- = -\frac{\sqrt{\quad}}{\hbar} = -\omega$

→ Eigenfkt: $E_+ > 0 \quad \Psi_+ = N \exp(i \vec{k} \cdot \vec{x} - i \omega t)$

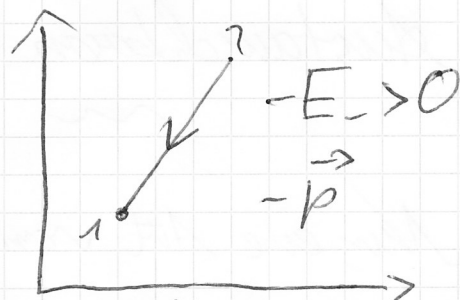
$E_- < 0 \quad \Psi_- = N \exp(i \vec{k} \cdot \vec{x} + i \omega t)$

Interpretation der negativen Energieeigenwerte



Teilchen bewegt sich in
neg Zeitrichtung mit
neg. Energie

$\hat{=}$



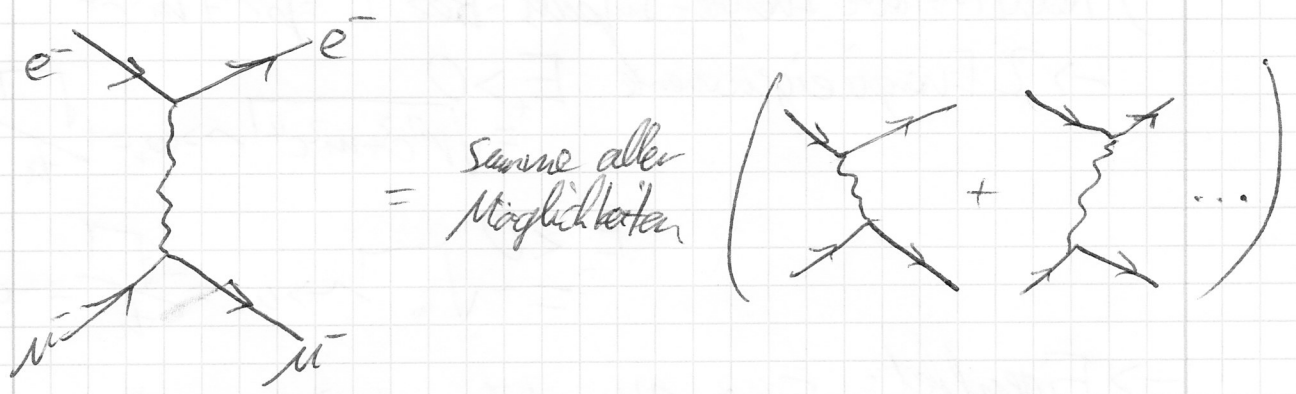
Antiteilchen in pos. Zeitrichtung
mit positiver Energie aber
umgekehrten Impuls

Neg. Energieeigenwerte erlauben Beschreibung von
Antiteilchen.

a) Feynman-Diagramme in QED

↳ Übergangsampl. für e.m. Prozesse

Bsp: $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$



Feynman-Regeln

- 1) freies ~~Teilchen~~ Fermion \nearrow
freies Antifermion \nwarrow
- 2) Austauschboson: Photon
 \sim }

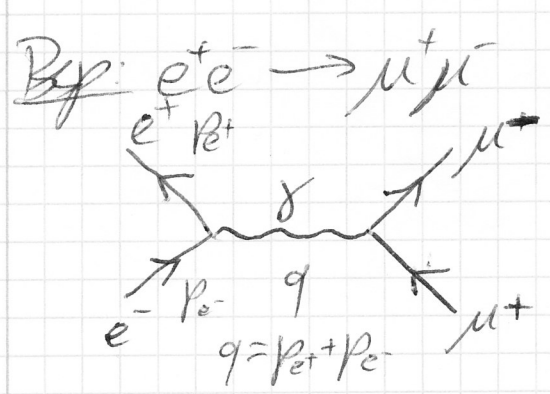
- 3) Nur eine Art von Vertex in QED

Stärke der Kopplung \sim d. Ladung e

- 4) an jedem Vertex gilt 4er Impulserhaltung
+ Leptonzahlerhaltung

5) Innere Linien (Propagator) sind virtuell

6) äußere Linien entsprechen realen Teilchen: $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$



bei LEP: $\frac{456\text{GeV}}{e^-} \rightarrow \frac{456\text{GeV}}{e^+}$

$q = 4er$ -Impuls des Photons
 $q = \left(\frac{E_e}{c} | \vec{p}_e \right) + \left(\frac{E_e}{c} | -\vec{p}_e \right) = \left(\frac{2E_e}{c}, 0 \right)$
 im CMS: $\vec{p}_e = -\vec{p}_{e^+}$

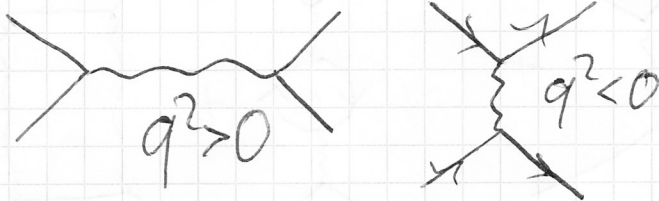
→ inv. Masse des Photons $M^2 = \frac{q^2}{c^2}$

$$M^2 = \frac{1}{c^4} 4E^2 \neq 0 \quad \rightarrow \text{virtuelles Photon}$$

Energie Impulsverh. ist für ausgetauschtes Photon verbtet.

Das ist für eine kurze Zeitspanne Δt mit $\Delta E \Delta t \sim h$ möglich!

Bem: q^2 -Werte des ausgetauschten Photons



Zeit-artige Photonen raumartige Photonen

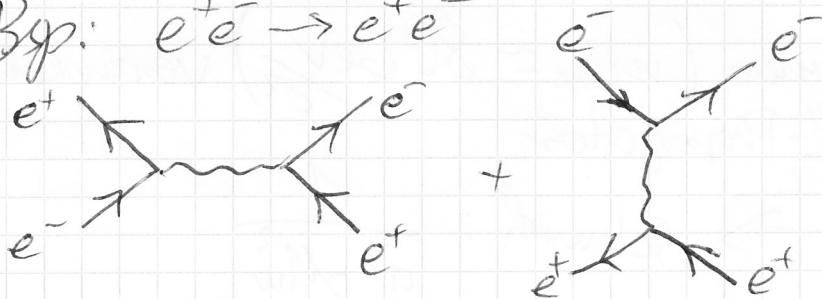
Übergangsamplituden aus Feynman-Graphen:

$$A(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \sim \underbrace{\text{Vertexkopplung}}_{\text{"in"}} \cdot \frac{1}{q^2} \cdot \underbrace{\text{Vertexkopplung}}_{\text{"out"}} \\ \sim e \cdot \frac{1}{q^2} \cdot e \sim \frac{\alpha}{q^2} \quad \alpha: \text{FS-const}$$

Austauschteilchen

Physikalischer Prozess wird bestimmt durch die Summe aller möglichen Amplituden die zum gleichen Endzustand führen.

Bsp: $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$

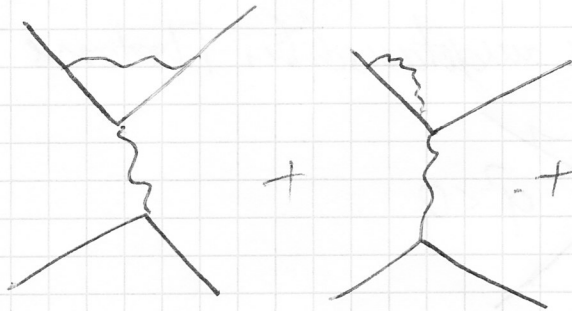
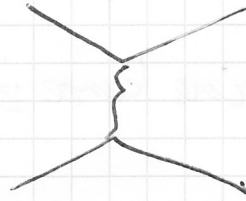


$$A_1 + \dots + A_2 = A_{\text{tot}} \quad P \sim |A_{\text{tot}}|^2 \quad (9)$$

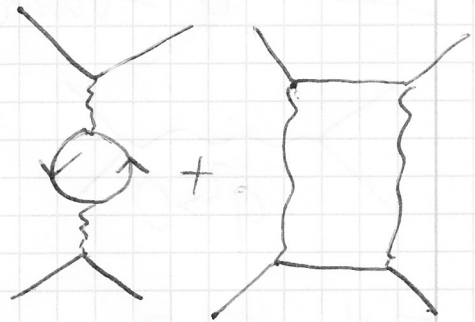
→ Man erwartet auch Beiträge von Interferenz

b) Feynman-Graphen höherer Ordnung:

Bsp: $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$
 $\mathcal{A} \sim e^2 \sim \alpha$



$\mathcal{A} \sim e^4 \sim \alpha^2$

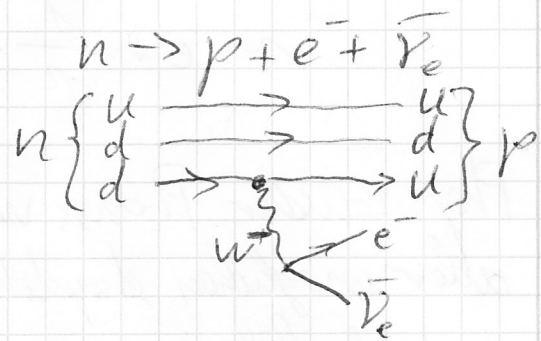
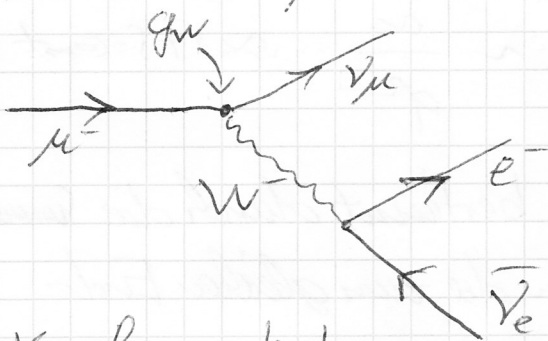


29.10.13

c) Feynman-Graphen für schwache WW

Austauschbosonen QED: $\gamma \rightarrow$ schwache WW: W^\pm, Z

β -Zerfall: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ massiv



Kopplungsstärke $\sim \alpha_w \sim g_w^2$

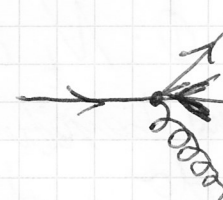
Massive Bosonen ($m_w \approx 80 \text{ GeV}/c^2$) verändern den "QED"-Propagator

QED: $\frac{1}{q^2} \longleftrightarrow$ schwach: $\frac{1}{q^2 - M_w^2}$

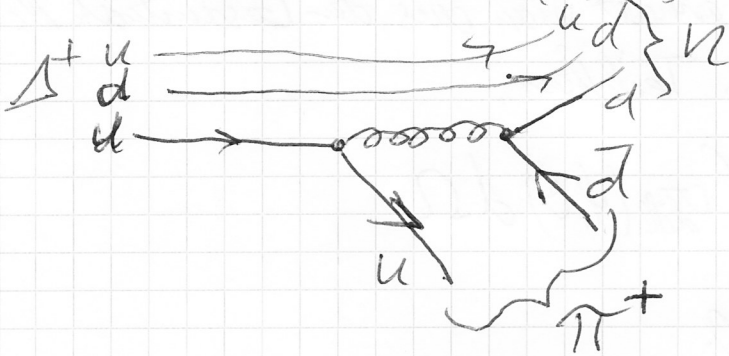
$$A \sim \frac{g_w^2}{q^2 - M_w^2} \quad \sim \rightarrow \text{Massenterm im Nenner} \\ \rightarrow \text{schwache WW}$$

d) Feynman Graphen für starke WW

Austauschbosonen: Masselose Gluon \rightarrow Propagator $\sim \frac{1}{q^2}$

Fundamentaler Vertex:  Kopplungsstärke $\sim \sqrt{\alpha_s}$

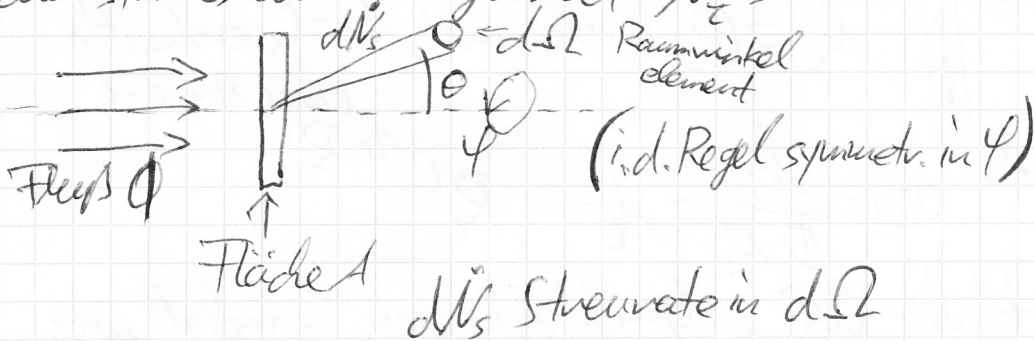
Bsp: starker Zerfall einer Δ -Resonanz
 $\Delta^+ (uud) \rightarrow n (udd) + \pi^+ (u\bar{d})$



2.2. Wirkungsquerschnitte und Zerfallsraten

Streuprozesse liefern Informationen über die Dynamik der WW zwischen Projektile und Target. Wichtige Größe zur Beschreibung ist der WQ.

Betrachte Streuung eines monoenergetischen Teilchenstrahls am Target mit N_T Streuzentren:



- einfallender Fluss Φ

$$\Phi = \frac{\dot{N}_i}{A} = n_i \cdot v_i \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{N}_i = \text{Rate der auf } A \text{ eint. Teilchen} \\ n_i = \text{Teilchendichte im } \frac{1}{2} \text{ Stuhl} \\ v_i = \text{Geschwindigkeit} \end{array} \right.$$

- Rate $d\dot{N}_s(\varphi, \theta)$ der nach $d\Omega(\varphi, \theta)$ gestreuten Teilchen

$$d\dot{N}_s(\varphi, \theta) \sim \Phi \cdot N_t \cdot d\Omega(\varphi, \theta)$$

Proportionalitätskonst. bezeichnet man als diff. WQ

$$\sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta) := \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\dot{N}_s(\varphi, \theta)}{\Phi \cdot N_t \cdot d\Omega}$$

Den totalen WQ erhält man aus der Gesamtrate \dot{N}_s aller gestreuten Teilchen.

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\dot{N}_s}{\Phi N_t} = \int \sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta) d\Omega$$


Dimension des WQ:

$$\frac{\text{Rate}}{\text{Rate/Fläche}} \sim \text{Fläche} \quad \begin{array}{l} \text{Einheit des WQ} \\ [\sigma] = 1b = 1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2 \end{array}$$

a) Veranschaulichung: Geometr. WQ

(1) Pktf. Projektil auf dünnes Target mit Kontakt

WQ

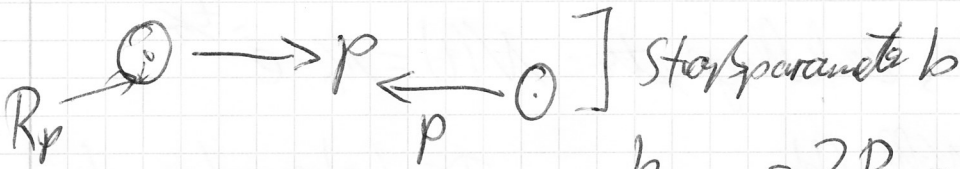


Gesamtrate der gestreuten Teilchen

$$\dot{N}_s = \Phi \cdot N_t \cdot A_t \quad \text{mit } A_t = \text{Querschnitt eines Streuers}$$
$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\dot{N}_s}{\Phi \cdot N_t} = A_t = \pi \cdot R_t^2$$

d.h. totaler WQ entspricht dem geom. Querschnitt eines Streuers

(2) geometr. p+p - WQ:



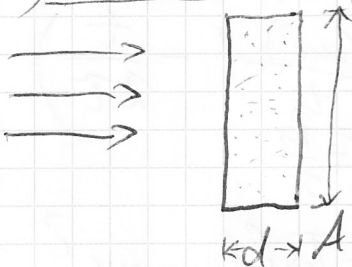
$$b_{\max} = 2R_p = 2 \cdot 0,8 \text{ fm} = 1,6 \text{ fm}$$

$$\sigma_{\text{tot}} = \text{geo. Querschnitt} = \pi b_{\max}^2 \approx 80 \text{ mb}$$

Exp. pp-WQ $\sigma_{pp}(10 \text{ GeV}) \approx 40 \text{ mb}$

$$\sigma_{pp}(1 \text{ TeV}) \approx 80 \text{ mb}$$

b) Freie Weglänge und Strahlabschwächung



"dickes" Target:

$$N_t = n_t \cdot A \cdot d$$

n_t = Dichte der Streuer
Targetdichte

$$\parallel n_t = \frac{\rho}{M_{\text{mol}}} \cdot N_A$$

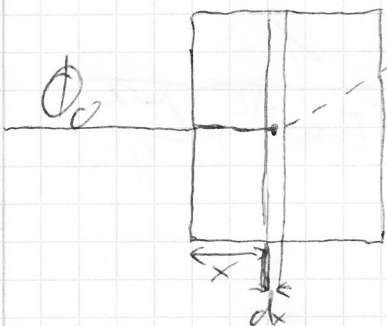
ρ = Dichte
 M_{mol} = Molmasse, N_A = Avogadrozahl

Streurate: $N_s = \Phi \cdot N_t \cdot \sigma$

$$= N_t n_t d \cdot \sigma$$

$$\phi = \frac{N_i}{A}, n_t = \frac{N_t}{Ad}$$

Streuwahrscheinlichkeit f. "dickes" Target



Wahrscheinlichkeit für WW nach

x in dx :

$$\parallel dW(x) = \frac{N_s(x)}{N_i(x)} = n_t \cdot \sigma \cdot dx \parallel$$

Abnahme des einf. Flusses:

$$-d\Phi(x) = \Phi(x) (n_t \cdot \sigma \cdot dx)$$

durch Integration: $\Phi(x) = \Phi_0 e^{-x(n_t \sigma)} = \Phi_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$

mit mittlerer freier Weglänge $\lambda = \frac{1}{n_t \cdot \sigma}$

c) Zerfallsgesetz und Zerfallsbreite von Teilchen

Radioaktives Zerfallsgesetz: $N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}$

Zeitabh. Wellenfkt.:

τ = Lebensdauer des Teilchens

stabiles Teilchen $\psi(t) = \psi_0 e^{-iE/\hbar t}$
 im Ruhesyst. $E = mc^2$ $= \psi_0 e^{-i \frac{(mc^2)}{\hbar} t}$

Wahrscheinlichkeit: $P(t) \sim |\psi(t)|^2 = \text{const.}$

für instabiles Teilchen: $P(t) \sim |\psi(t)|^2 \sim e^{-t/\tau}$

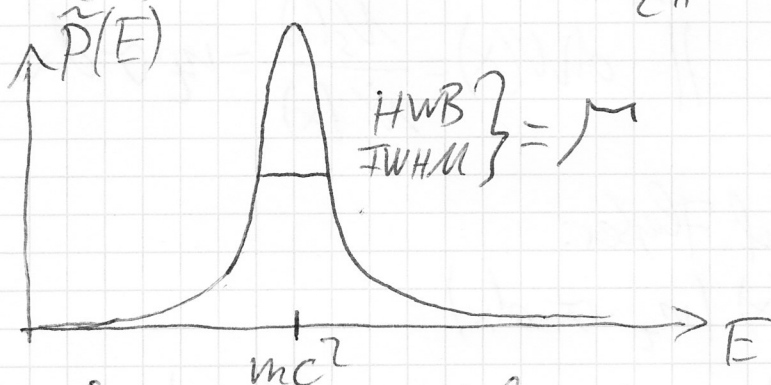
$\rightarrow \psi(t) = \psi_0 \exp\left(-i \frac{(mc^2)}{\hbar} t - \frac{t}{2\tau}\right)$
 also $E = mc^2 - i \frac{\hbar}{2\tau}$ wobei $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$

Wie sieht Energieverteilung des Teilchens aus?

L> Verteilung des Teilchens im Energieraum durch Fourier-Transform der zeitabh. Wellenfkt.

$$\tilde{\psi}(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int \psi(t) e^{-iE/\hbar t} dt = \frac{\psi_0}{\sqrt{2\pi\hbar}} \frac{i\hbar}{(E - mc^2) + i \frac{\Gamma}{2}}$$

$$\tilde{P}(E) \sim |\tilde{\psi}(E)|^2 = \dots = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{(E - mc^2)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$



Aufgrund endlicher Lebensdauer besitzt das Teilchen eine Energiebreite $\Delta E = \Gamma$ mit $\Gamma \cdot \tau = \hbar$
 $= \hbar/\tau$