# 245 Induktion

```
Needs["ErrorBarPlots`"]
```

## Vorversuch

a) Das Oszilloskop schlägt aus. Wird die Spule umgedreht, ist dieser Ausschlag entgegengesetzt.

b) Ebenso.

Lässt man einen Magneten durch eine Spule fallen, so schlägt die Spannung je nach Orientierung der Spule entweder erst ins Positive, dann ins Negative oder andersherum aus. Die Amplitude des Ausschlags ist abhängig von der Fallhöhe und dem Magnetenmaterial (Aua).

## Induktionsgesetz

### Vorgegebene Größen

Fläche der Induktionsspule:

$A_{ind}$ = Quantity[41.7, "Centimeters"$^2$] // UnitConvert

$0.00417\ m^2$

Windungszahl der Induktionsspule

$N_{ind}$ = 4000

4000

Radius der Helmholtzspulen

$R_{helmholtz}$ = Quantity[295 / 2, "Millimeters"] // N // UnitConvert

$0.1475\ m$

Abstand der Helmholtzspulen

$D_{helmholtz}$ = Quantity[147, "Millimeters"] // N // UnitConvert

$0.147\ m$

Windungszahl der Helmholtzspulen

$N_{helmholtz}$ = 124

124

### Messung

Messung des Spulenwiderstandes

```
{R_Spule, ΔR_Spule} = Quantity[{2.3, 0.1}, "Ohms"]; R_Spule ± ΔR_Spule
```

2.3 Ω ± 0.1 Ω

Der maximale Strom darf 5 A nicht überschreiten. Also:

```
I_max = Quantity[5, "Amperes"]
```

5 A

```
{U_max, ΔU_max} = UnitConvert[{R_Spule, ΔR_Spule} * I_max, "Volts"]
```

{11.5 V, 0.5 V}

Also stellen wir nicht mehr als 11 Volt ein.

Wir messen die Scheitelspannung in Abhängigkeit von der Drehfrequenz.

```
{U_real, ΔU_real} = Quantity[{11.8, 0.1}, "Volts"]
```

{11.8 V, 0.1 V}

```
{I_real, ΔI_real} = Quantity[{4.6, 0.1}, "Amperes"]
```

{4.6 A, 0.1 A}

```
data_1 = {
  {Quantity[{3, .2}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{2.24, 0.03}, "Volts"]},
  {Quantity[{6.1, .2}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{4.82, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{9.1, .2}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{7.2, 0.2}, "Volts"]},
  {Quantity[{11.9, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{9.6, 0.1}, "Volts"]},
  {Quantity[{14.9, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{11.9, 0.2}, "Volts"]}
 }
```

{{{3 Hz, 0.2 Hz}, {1.12 V, 0.015 V}},
 {{6.1 Hz, 0.2 Hz}, {2.41 V, 0.025 V}}, {{9.1 Hz, 0.2 Hz}, {3.6 V, 0.1 V}},
 {{11.9 Hz, 0.1 Hz}, {4.8 V, 0.05 V}}, {{14.9 Hz, 0.1 Hz}, {5.95 V, 0.1 V}}}

```
f_2 = Quantity[{10, .2}, "Hertz"]
```

{10 Hz, 0.2 Hz}

```
data2 = {
  {Quantity[{.5, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{1.05, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{1, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{1.89, .03}, "Volts"]},
  {Quantity[{1.5, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{2.75, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{2, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{3.45, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{2.5, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{4.38, 0.03}, "Volts"]},
  {Quantity[{3, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{5.15, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{3.5, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{5.9, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{4, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{6.65, 0.05}, "Volts"]},
  {Quantity[{4.5, .1}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{7.78, 0.04}, "Volts"]}
 }
{{{0.5 A, 0.1 A}, {0.525 V, 0.025 V}},
 {{1 A, 0.1 A}, {0.945 V, 0.015 V}}, {{1.5 A, 0.1 A}, {1.375 V, 0.025 V}},
 {{2 A, 0.1 A}, {1.725 V, 0.025 V}}, {{2.5 A, 0.1 A}, {2.19 V, 0.015 V}},
 {{3 A, 0.1 A}, {2.575 V, 0.025 V}}, {{3.5 A, 0.1 A}, {2.95 V, 0.025 V}},
 {{4 A, 0.1 A}, {3.325 V, 0.025 V}}, {{4.5 A, 0.1 A}, {3.89 V, 0.02 V}}}
```

## Auswertung

Zunächst bringen wir die gemessenen Daten in ein Format, mit dem wir die computergestützte Auswertung vornehmen können:

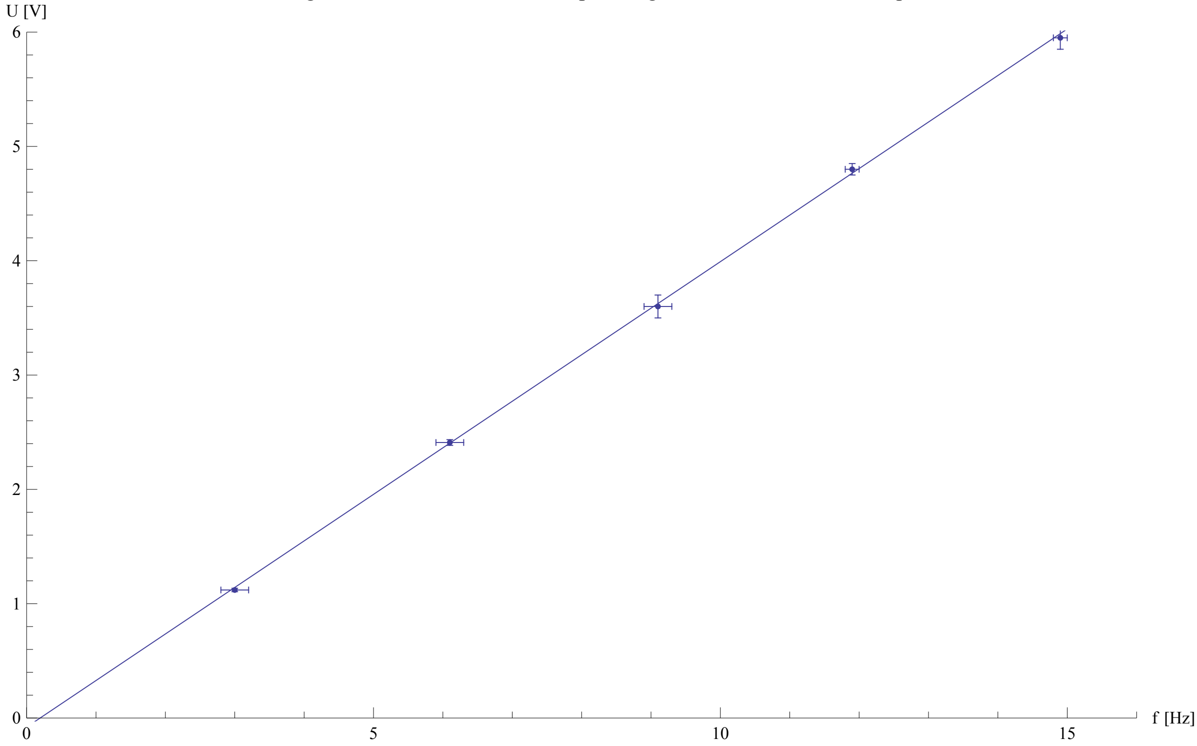
```
freqs1 = Transpose[data1][[1, All, 1]] // QuantityMagnitude;

Δfreqs1 = Transpose[data1][[1, All, 2]] // QuantityMagnitude;

voltages1 = Transpose[data1][[2, All, 1]] // QuantityMagnitude;

Δvoltages1 = Transpose[data1][[2, All, 2]] // QuantityMagnitude;

data21 = Table[{{freqs1[[i]], voltages1[[i]]},
    ErrorBar[Δfreqs1[[i]], Δvoltages1[[i]]]}, {i, 1, Length[freqs1]}];
```

Wir führen einen linearen Fit durch, der mit den Inversen der Meßfehler gewichtet wird.

```
plotfreqs = ErrorListPlot[data21, PlotRange → {{0, 16}, {0, 6}}];

fitfreqs = LinearModelFit[Transpose[{freqs1, voltages1}], x, x,
  VarianceEstimatorFunction → (1 &), Weights → 1 / (Δfreqs1^2 + Δvoltages1^2)]

FittedModel[ -0.0791311 + 0.40711 x ]
```

```
Show[plot_freqs, Plot[fit_freqs[x], {x, 0, 16}],
 AxesLabel → {"f [Hz]", "U [V]"}, PlotLabel →
  "Abbildung 1.1: Gemessene Induktionsspannung als Funktion der Drehfrequenz",
 ImageSize → Full]
```

Abbildung 1.1: Gemessene Induktionsspannung als Funktion der Drehfrequenz




Die Steigung ergibt sich aus dem Fit mit Fehler als:

```
{m_freqs, Δm_freqs} =
 Quantity[fit_freqs["ParameterTableEntries"][[2, 1 ;; 2]], "Volts" / "Hertz"]
```

{0.40711 V/Hz, 0.0181414 V/Hz}

Hieraus können wir einen Meßwert für das Magnetfeld B der Helmholtzspule ermitteln (vgl. Einleitung):

$$\{B_{helmholtz}, \Delta B_{helmholtz}\} = \frac{\{m_{freqs}, \Delta m_{freqs}\}}{2\,\pi\, A_{ind}\, N_{ind}} \;\text{// UnitConvert[\#1, "Milliteslas"] \&;}$$

```
NumberForm[B_helmholtz, 2] ± NumberForm[ΔB_helmholtz, 1]
```

3.9 mT ± 0.2 mT

Wir vergleichen diesen Wert mit der theoretisch zu erwartenden Feldstärke der Helmholtzspulen:

$$\{B_{helmholtz,theor}, \Delta B_{helmholtz,theor}\} = \frac{\text{Quantity["MagneticConstant"]}}{2}\;\frac{8\,\{I_{real}, \Delta I_{real}\}\,(N_{helmholtz} + N_{helmholtz})}{\sqrt{125}\, R_{helmholtz}} \;\text{//}$$
$$\text{UnitConvert[\#, "Milliteslas"] \&;}$$

```
NumberForm[B_helmholtz,theor, 3] ± NumberForm[ΔB_helmholtz,theor, 1]
```

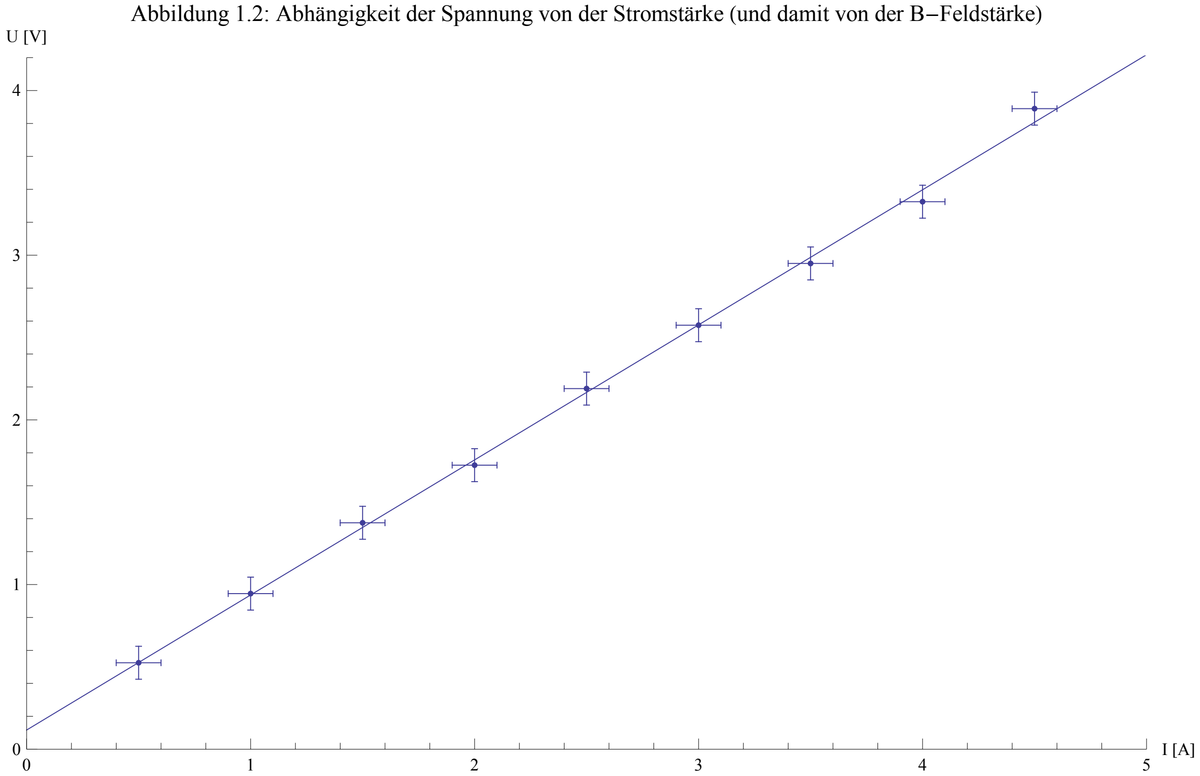
3.48 mT ± 0.08 mT

Für eine Einordnung und einen Vergleich dieser beiden Werte vgl. die Diskussion unten. (Handschriftlich)

Dieselben Schritte bis zur Erstellung der Graphik und des Fits führen wir auch für die Meßdaten aus der zweiten Meßreihe, wo wir die Spannung in Abhängigkeit der Stromstärke in der Helmholtzspule, also effektiv als Funktion der äußeren Magnetfeldstärke ermittelt haben.

```
currents2 = Transpose[data2][[1, All, 1]] // QuantityMagnitude;

Δcurrents2 = Transpose[data2][[1, All, 2]] // QuantityMagnitude;

voltages2 = Transpose[data2][[2, All, 1]] // QuantityMagnitude;

Δvoltages2 = Transpose[data2][[2, All, 2]] // QuantityMagnitude;

data22 = Table[{{currents2[[i]], voltages2[[i]]},
    ErrorBar[Δcurrents2[[i]], Δcurrents2[[i]]]}, {i, 1, Length[currents2]}];

plotcurrents = ErrorListPlot[data22, PlotRange → {{0, 5}, {0, 4.2}}];

fitcurrents = LinearModelFit[Transpose[{currents2, voltages2}], x, x,
  VarianceEstimatorFunction → (1 &), Weights → 1 / (Δcurrents2^2 + Δvoltages2^2)]

FittedModel[ 0.116487 + 0.820206 x ]

Show[plotcurrents, Plot[fitcurrents[x], {x, 0, 5}],
 AxesLabel → {"I  [A]", "U  [V]"}, PlotLabel →
  "Abbildung 1.2: Abhängigkeit der Spannung von der Stromstärke (und
    damit von der B-Feldstärke)", ImageSize → Full]
```

Abbildung 1.2: Abhängigkeit der Spannung von der Stromstärke (und damit von der B−Feldstärke)



# Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

## Messung

Zunächst messen wir die Abhängigkeit der induzierten Spannung vom Drehwinkel der Induktion-sspule.

$\Omega_1$ stellt die initiale konstante Drehfrequenz dar.

```
Ω₁ = Quantity[{103, 1}, "Hertz"]
```

```
{103 Hz, 1 Hz}
```

```
data₃ = {
  {{0, 2} °, 1/2 Quantity[{8, 0.1}, "Volts"]},
  {{30, 2} °, 1/2 Quantity[{7.1, .1}, "Volts"]},
  {{60, 2} °, 1/2 Quantity[{4.2, 0.1}, "Volts"]},
  {{90, 2} °, 1/2 Quantity[{.06, 0.01}, "Volts"]},
  {{120, 2} °, 1/2 Quantity[{4, 0.1}, "Volts"]},
  {{150, 2} °, 1/2 Quantity[{6.9, 0.1}, "Volts"]},
  {{180, 2} °, 1/2 Quantity[{8, .1}, "Volts"]}
 }
```

```
{{{0, 2 °}, {4 V, 0.05 V}},
 {{30 °, 2 °}, {3.55 V, 0.05 V}}, {{60 °, 2 °}, {2.1 V, 0.05 V}},
 {{90 °, 2 °}, {0.03 V, 0.005 V}}, {{120 °, 2 °}, {2 V, 0.05 V}},
 {{150 °, 2 °}, {3.45 V, 0.05 V}}, {{180 °, 2 °}, {4 V, 0.05 V}}}
```

Die nächste Messung nimmt die induzierte Spannung sowie den Strom und die Spannung in der Helmholtzspule als Funktion der Frequenz auf.

(Der erste Spanungswert ist der induzierte, der zweite der in der Helmholtzspule.)

```
data₄ = {
  {Quantity[{20, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{5.82, 0.1}, "Volts"],
   Quantity[{1.18, 0.001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.4, 0.8}, "Volts"]},
  {Quantity[{40, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{7.2, 0.1}, "Volts"],
   Quantity[{.755, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.6, 0.6}, "Volts"]},
  {Quantity[{60.2, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{7.7, 0.1}, "Volts"],
   Quantity[{.538, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.7, 0.7}, "Volts"]},
```

```
{Quantity[{80.6, 1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{7.9, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.411, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.7, 0.3}, "Volts"]},
{Quantity[{100, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{7.9, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.337, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.7, 0.3}, "Volts"]},
{Quantity[{119, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.283, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{141, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.240, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{160, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{0.210, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{180, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.188, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{199, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.169, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.9, 0.1}, "Volts"]},
{Quantity[{400, .1}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.083, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{604, .2}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.053, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.9, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{803, .3}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.039, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{1000, 10}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.03, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{1200, 10}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
 Quantity[{.024, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
```

```
{Quantity[{1390, 10}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.1, 0.1}, "Volts"],
  Quantity[{.020, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{1590, 10}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.2, 0.1}, "Volts"],
  Quantity[{.016, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{1810, 10}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.4, 0.1}, "Volts"],
  Quantity[{.012, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]},
{Quantity[{1990, 10}, "Hertz"], 1/2 Quantity[{8.5, 0.1}, "Volts"],
  Quantity[{.010, .001}, "Amperes"], 1/2 Quantity[{11.8, 0.2}, "Volts"]}
}
```

```
{{{20 Hz, 0.1 Hz}, {2.91 V, 0.05 V}, {1.18 A, 0.001 A}, {5.7 V, 0.4 V}},
 {{40 Hz, 0.1 Hz}, {3.6 V, 0.05 V}, {0.755 A, 0.001 A}, {5.8 V, 0.3 V}},
 {{60.2 Hz, 0.1 Hz}, {3.85 V, 0.05 V}, {0.538 A, 0.001 A}, {5.85 V, 0.35 V}},
 {{80.6 Hz, 1 Hz}, {3.95 V, 0.05 V}, {0.411 A, 0.001 A}, {5.85 V, 0.15 V}},
 {{100 Hz, 0.1 Hz}, {3.95 V, 0.05 V}, {0.337 A, 0.001 A}, {5.85 V, 0.15 V}},
 {{119 Hz, 0.1 Hz}, {4 V, 0.05 V}, {0.283 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{141 Hz, 0.1 Hz}, {4 V, 0.05 V}, {0.24 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{160 Hz, 0.1 Hz}, {4 V, 0.05 V}, {0.21 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{180 Hz, 0.1 Hz}, {4 V, 0.05 V}, {0.188 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{199 Hz, 0.1 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.169 A, 0.001 A}, {5.95 V, 0.05 V}},
 {{400 Hz, 0.1 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.083 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{604 Hz, 0.2 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.053 A, 0.001 A}, {5.95 V, 0.1 V}},
 {{803 Hz, 0.3 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.039 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{1000 Hz, 10 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.03 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{1200 Hz, 10 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.024 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{1390 Hz, 10 Hz}, {4.05 V, 0.05 V}, {0.02 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{1590 Hz, 10 Hz}, {4.1 V, 0.05 V}, {0.016 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{1810 Hz, 10 Hz}, {4.2 V, 0.05 V}, {0.012 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}},
 {{1990 Hz, 10 Hz}, {4.25 V, 0.05 V}, {0.01 A, 0.001 A}, {5.9 V, 0.1 V}}}
```

Wir überzeugen uns mittels des Oszilloskops qualitativ von der Schwebung. Warum kommt es dazu? Dazu später mehr!

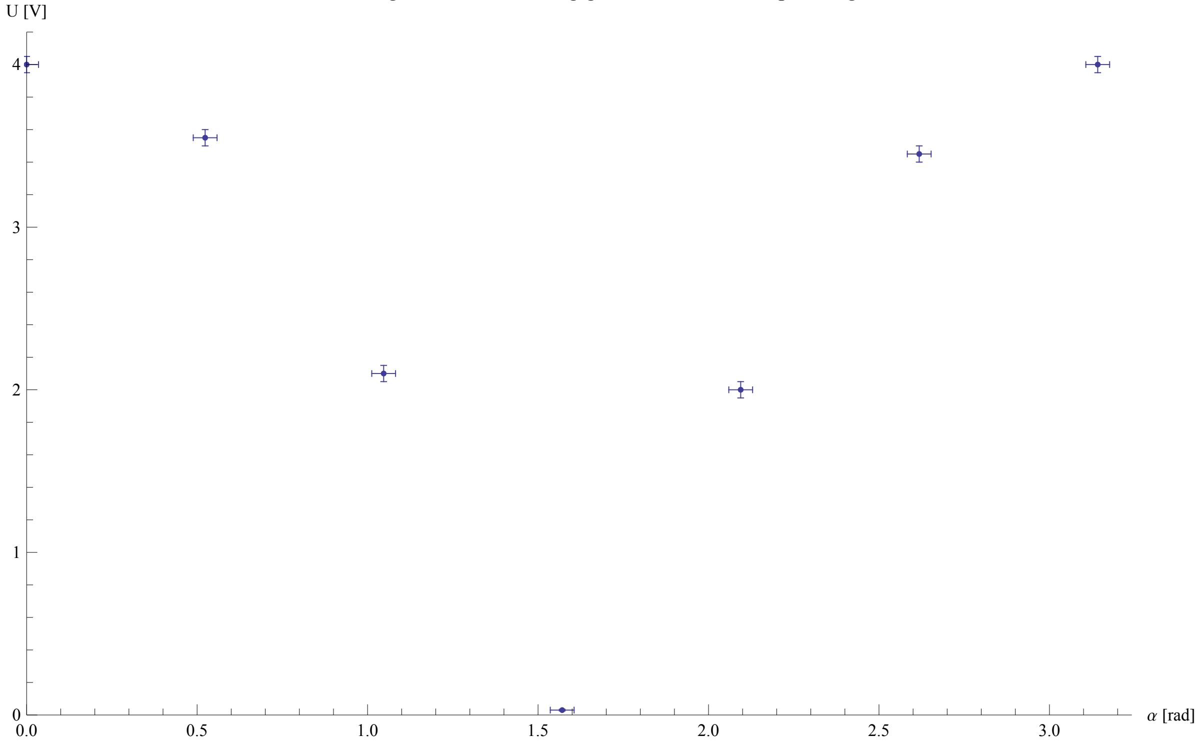
## Auswertung

Zunächst bringen wir wieder die Meßdaten in eine von *Mathematica* verwendbare Form:

```
angles3 = Transpose[data3][[1, All, 1]] // QuantityMagnitude;

Δangles3 = Transpose[data3][[1, All, 2]] // QuantityMagnitude;

voltages3 = Transpose[data3][[2, All, 1]] // QuantityMagnitude;

Δvoltages3 = Transpose[data3][[2, All, 2]] // QuantityMagnitude;

data23 = Table[{{angles3[[i]], voltages3[[i]]},
    ErrorBar[Δangles3[[i]], Δvoltages3[[i]]]}, {i, 1, Length[angles3]}];
```

```
plot_angles = ErrorListPlot[data2_3,
  PlotRange → {{0, π + .1}, {0, 4.2}}, AxesLabel → {"α [rad]", "U [V]"},
  PlotLabel → "Abbildung 1.3: Winkelabhängigkeit der Induktionsspannung",
  ImageSize → Full]
```

Abbildung 1.3: Winkelabhängigkeit der Induktionsspannung




Nun müssen wir auch den zweiten Datensatz präparieren.

```
freqs_4 = Transpose[data_4][[1, All, 1]] // QuantityMagnitude;
Δfreqs_4 = Transpose[data_4][[1, All, 2]] // QuantityMagnitude;
uind_4 = Transpose[data_4][[2, All, 1]] // QuantityMagnitude;
Δuind_4 = Transpose[data_4][[2, All, 2]] // QuantityMagnitude;
currents_4 = Transpose[data_4][[3, All, 1]] // QuantityMagnitude;
Δcurrents_4 = Transpose[data_4][[3, All, 2]] // QuantityMagnitude;
uhelm_4 = Transpose[data_4][[4, All, 1]] // QuantityMagnitude;
Δuhelm_4 = Transpose[data_4][[4, All, 2]] // QuantityMagnitude;
```

In diesem Schritt rechnen wir $\frac{U_{\text{ind}}}{U_{\text{helmholtz}}}$ mit Fehlerfortpflanzung aus. Die Formel für den Fehler ergibt sich einfach aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung.

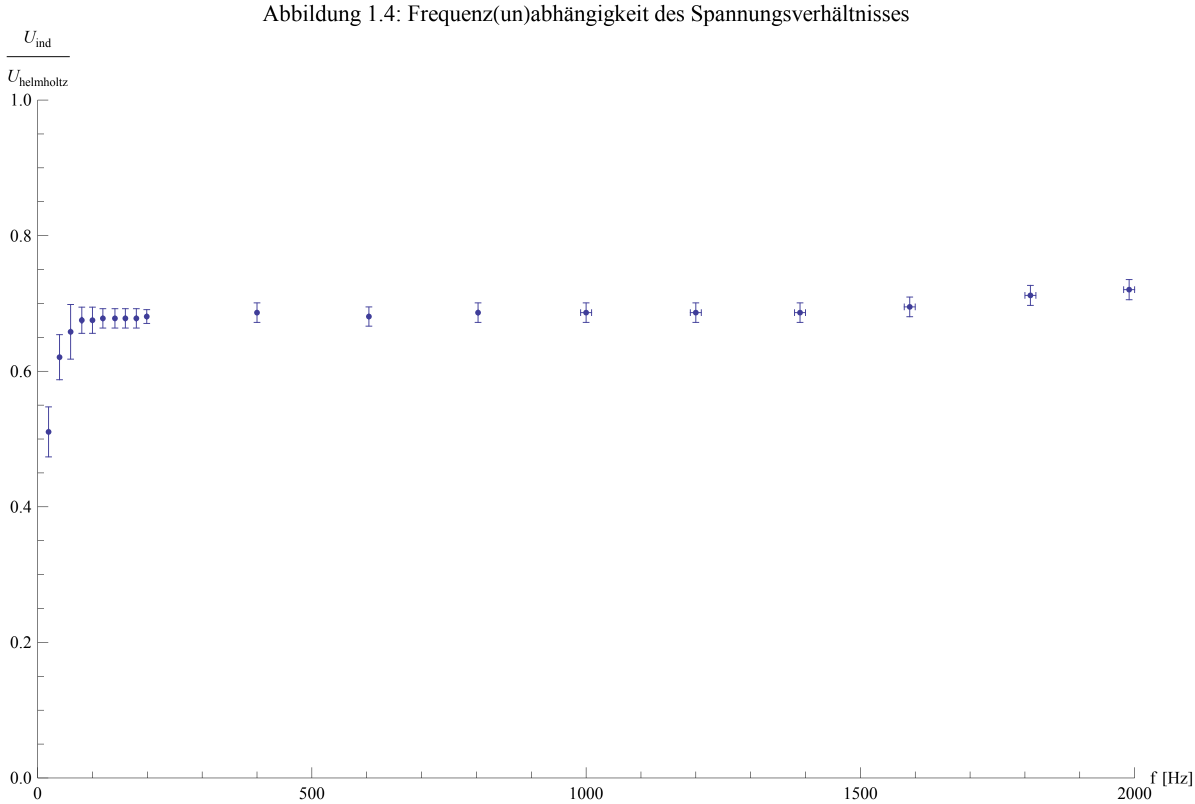
$$\text{uratio}_4 = \frac{\text{uind}_4}{\text{uhelm}_4};$$

$$\Delta\text{uratio}_4 = \text{Sqrt}\left[\left(\frac{\Delta\text{uind}_4}{\text{uhelm}_4}\right)^2 + \left(-\frac{\text{uind}_4\,\Delta\text{uhelm}_4}{\text{uhelm}_4{}^2}\right)^2\right];$$

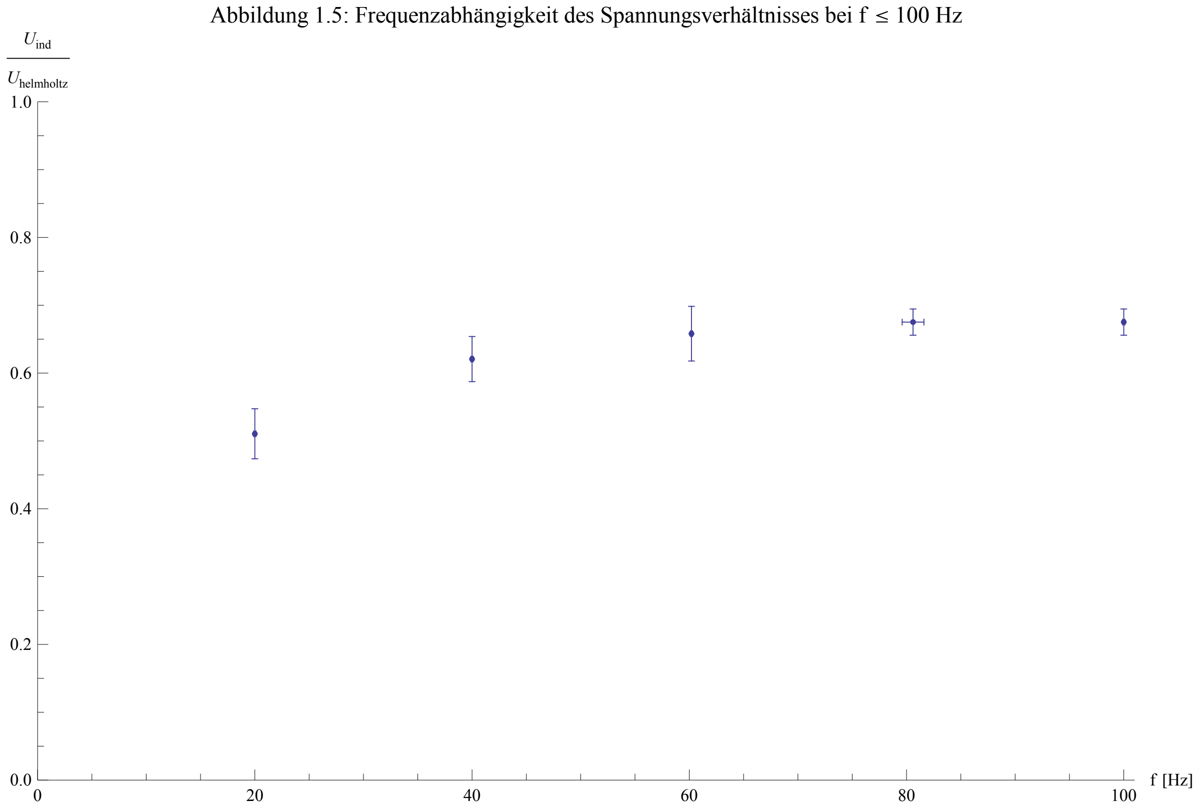
Weiter rechnen wir die Widerstände $\frac{U_{\text{helmholtz}}}{I}$ aus und wenden wieder die Fehlerfortpflanzung an.

```
res4 = uhelm4 / currents4;

Δres4 = Sqrt[(Δuhelm4 / currents4)^2 + (- uhelm4 Δcurrents4 / currents4^2)^2];

data24 = Table[{{freqs4[[i]], uratio4[[i]]},
    ErrorBar[Δfreqs4[[i]], Δuratio4[[i]]]}, {i, 1, Length[freqs4]}];

data34 = Table[{{freqs4[[i]], res4[[i]]}, ErrorBar[Δfreqs4[[i]], Δres4[[i]]]},
   {i, 1, Length[freqs4]}];

plotquotients,1 = ErrorListPlot[data24, PlotRange → {{0, 2000}, {0, 1}},
  AxesLabel → {"f [Hz]", "Uind / Uhelmholtz"}, PlotLabel →
   "Abbildung 1.4: Frequenz(un)abhängigkeit des Spannungsverhältnisses",
  ImageSize → Full]
```

Abbildung 1.4: Frequenz(un)abhängigkeit des Spannungsverhältnisses



```
plot_quotients,2 = ErrorListPlot[data2_4,
  PlotRange → {{0, 101}, {0, 1}}, AxesLabel → {"f [Hz]", "U_ind / U_helmholtz"},
  PlotLabel → "Abbildung 1.5: Frequenzabhängigkeit des
     Spannungsverhältnisses bei f ≤ 100 Hz", ImageSize → Full]
```

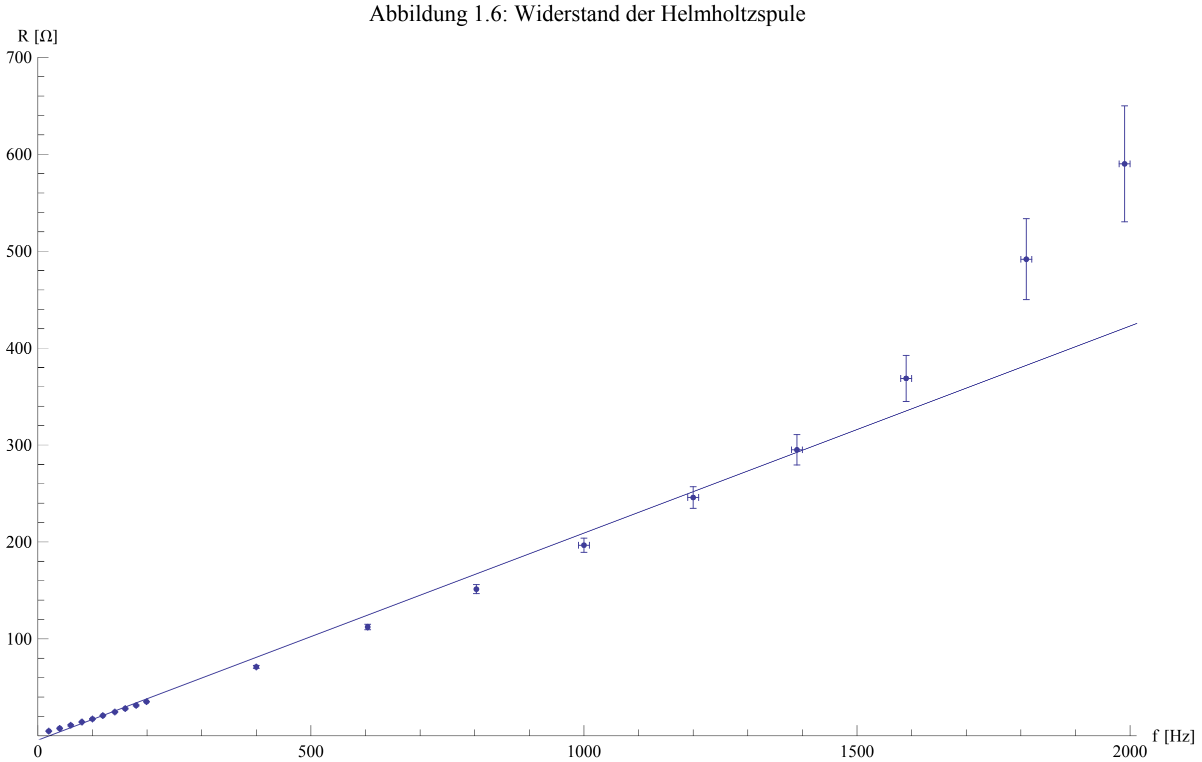



```
plot_res = ErrorListPlot[data3_4, PlotRange → {{0, 2012}, {0, 700}},
   AxesLabel → {"f [Hz]", "R [Ω]"}, PlotLabel →
    "Abbildung 1.6: Widerstand der Helmholtzspule", ImageSize → Full];

fit_res = LinearModelFit[Transpose[{freqs_4, res_4}], x, x,
  VarianceEstimatorFunction → (1 &), Weights → 1 / (Δfreqs_4 + Δres_4)]
```

```
FittedModel[ -4.46775 + 0.213614 x ]
```

```
Show[plot_res, Plot[fit_res[x], {x, 0, 2012}]]
```

Abbildung 1.6: Widerstand der Helmholtzspule




Offensichtlich erachtet die Fit-Funktion, die Datenpunkte mit dem Inversen der Summe ihrer Fehler gewichtet, die letzten Punkte mit den großen Fehlern für nicht fittenswert.

Die Steigung des Fits beträgt:

```
{m_res, Δm_res} = Quantity[
  fit_res["ParameterTableEntries"][[2, 1 ;; 2]], "Volts" / ("Amperes" * "Hertz")]
```

```
{0.213614 V/(A Hz), 0.00128969 V/(A Hz)}
```

Wir erhalten also für die Induktivität:

```
{L_helmholtz, ΔL_helmholtz} = {m_res, Δm_res} / (2 π) // UnitConvert[#, "Millihenries"] &;
NumberForm[L_helmholtz, {3, 1}] ± NumberForm[ΔL_helmholtz, {1, 1}]
```

```
34.0 mH ± 0.2 mH
```

# Bestimmung des Erdmagntfeldes durch Kompensation

## Messung

Frequenz ohne Kompensation:

```
{f_ohne, Δf_ohne} = Quantity[{15.2, 0.2}, "Hertz"]
```

```
{15.2 Hz, 0.2 Hz}
```

Induktionsspannung ohne Kompensation ($\frac{1}{2}$-mal Spitze-Spitze):

$$\{U_{ohne}, \Delta U_{ohne}\} = \frac{1}{2} \text{Quantity}[\{158, 5\}, \text{"Millivolts"}] \text{ // N // UnitConvert}[\#, \text{"Volts"}] \ \&$$

{0.079 V, 0.0025 V}

Stromstärke des Kompensationsstroms:

$$\{I_{comp}, \Delta I_{comp}\} = \text{Quantity}[\{-0.061, 0.001\}, \text{"Amperes"}]$$

{-0.061 A, 0.001 A}

Induktionsspannung mit Kompensation ($\frac{1}{2}$-mal Spitze-Spitze):

$$\{U_{mit}, \Delta U_{mit}\} = \frac{1}{2} \text{Quantity}[\{30, 2\}, \text{"Millivolts"}] \text{ // N // UnitConvert}[\#, \text{"Volts"}] \ \&$$

{0.015 V, 0.001 V}

Drehfrequenz nochmals aufgenommen bei der Messung mit Kompensation:

$$\{f_{mit}, \Delta f_{mit}\} = \text{Quantity}[\{15.0, 0.5\}, \text{"Hertz"}]$$

{15. Hz, 0.5 Hz}

# Auswertung

## Ohne Kompensation

Wir ermitteln wieder das Verhältnis U/f und den Fehler darauf:

$$q = \frac{U_{ohne}}{f_{ohne}}$$

0.00519737 V/Hz

$$\Delta q = \text{Sqrt}\left[\left(\frac{\Delta U_{ohne}}{f_{ohne}}\right)^2 + \left(\frac{U_{ohne}\,\Delta f_{ohne}}{f_{ohne}^2}\right)^2\right]$$

0.000178124 V/Hz

Anschließend nutzen wir die Formel wie oben:

$$\{B_{abs}, \Delta B_{abs}\} = \frac{\{q, \Delta q\}}{2\,\pi\,A_{ind}\,N_{ind}} \text{ // UnitConvert}[\#1, \text{"Milliteslas"}] \ \&;$$

$$\text{NumberForm}[B_{abs}, \{2, 3\}] \pm \text{NumberForm}[\Delta B_{abs}, \{1, 3\}]$$

0.050 mT ± 0.002 mT

## Mit Kompensation

Wir ermitteln die Vertikalkomponente aus dem gemessenen Kompensationsstrom: Ihr Betrag muß so groß sein wie der des Helmholtz-Feldes.

```
{B_vert, ΔB_vert} =
  Quantity["MagneticConstant"]/2 * (8 {I_comp, ΔI_comp} (N_helmholtz + N_helmholtz))/(Sqrt[125] R_helmholtz) // Abs //
   UnitConvert[#, "Milliteslas"] &;
NumberForm[B_vert, {3, 4}] ± NumberForm[ΔB_vert, {1, 4}]
```

0.0461 mT ± 0.0008 mT

Die Horizontalkomponente ergibt sich wieder wie oben:

$$q2 = \frac{U_{mit}}{f_{mit}}$$

0.001 V/Hz

$$\Delta q2 = \mathrm{Sqrt}\left[\left(\frac{\Delta U_{mit}}{f_{mit}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mit}\,\Delta f_{mit}}{f_{mit}^2}\right)^2\right]$$

0.0000745356 V/Hz

$$\{B_{hor}, \Delta B_{hor}\} = \frac{\{q2, \Delta q2\}}{2\,\pi\,A_{ind}\,N_{ind}} \text{ // UnitConvert[\#1, "Milliteslas"] \&;}$$

```
NumberForm[B_hor, {2, 3}] ± NumberForm[ΔB_hor, {1, 3}]
```

0.010 mT ± 0.001 mT

Damit ergibt sich der Inklinationswinkel in Radian zu:

$$\alpha = \mathrm{ArcTan}\left[\frac{B_{vert}}{B_{hor}}\right]$$

1.36675

$$\Delta\alpha = \mathrm{Sqrt}\left[\left(\frac{B_{hor}\,\Delta B_{vert}}{B_{hor}^2 + B_{vert}^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B_{hor}\,B_{vert}}{B_{hor}^2 + B_{vert}^2}\right)^2\right]$$

0.0151437

Das entspricht in Grad:

$$\mathrm{NumberForm}\left[\frac{\alpha}{2\,\pi} * 360, 3\right] \pm \mathrm{NumberForm}\left[\frac{\Delta\alpha}{2\,\pi} * 360, 1\right]$$

78.3 ± 0.9

Der Literaturwert für Heidelberg beträgt indes etwa 65° (vgl. `ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/geo-mag/images/I_map_mf_2005_large.jpeg`, 30. 4. 2012, 00:45).