

# 234 Lichtquellen

---

## Sonnenspektrum

Import der gemessenen Daten.

```
sonnenspektrum = Import["/Users/jannis/Dropbox/uniself/AP2/234
  Lichtquellen/Heaven/Sonnenspektrum_korr3_data.txt", "Table"];

himmelsspektrumOhneFenster = Import["/Users/jannis/Dropbox/uniself/AP2/234
  Lichtquellen/Heaven/Himmelsspektrum_korr3_data.txt", "Table"];

himmelsspektrumMitFenster = Import["/Users/jannis/Dropbox/uniself/AP2/234
  Lichtquellen/Heaven/Himmelsspektrum_Fenster_korr3_data.txt", "Table"];
```

Um einfacher rechnen zu können, spalten wir die Listen auf.

```
wavelengths = Transpose[sonnenspektrum][[1]];
sonnenvalues = Transpose[sonnenspektrum][[2]];

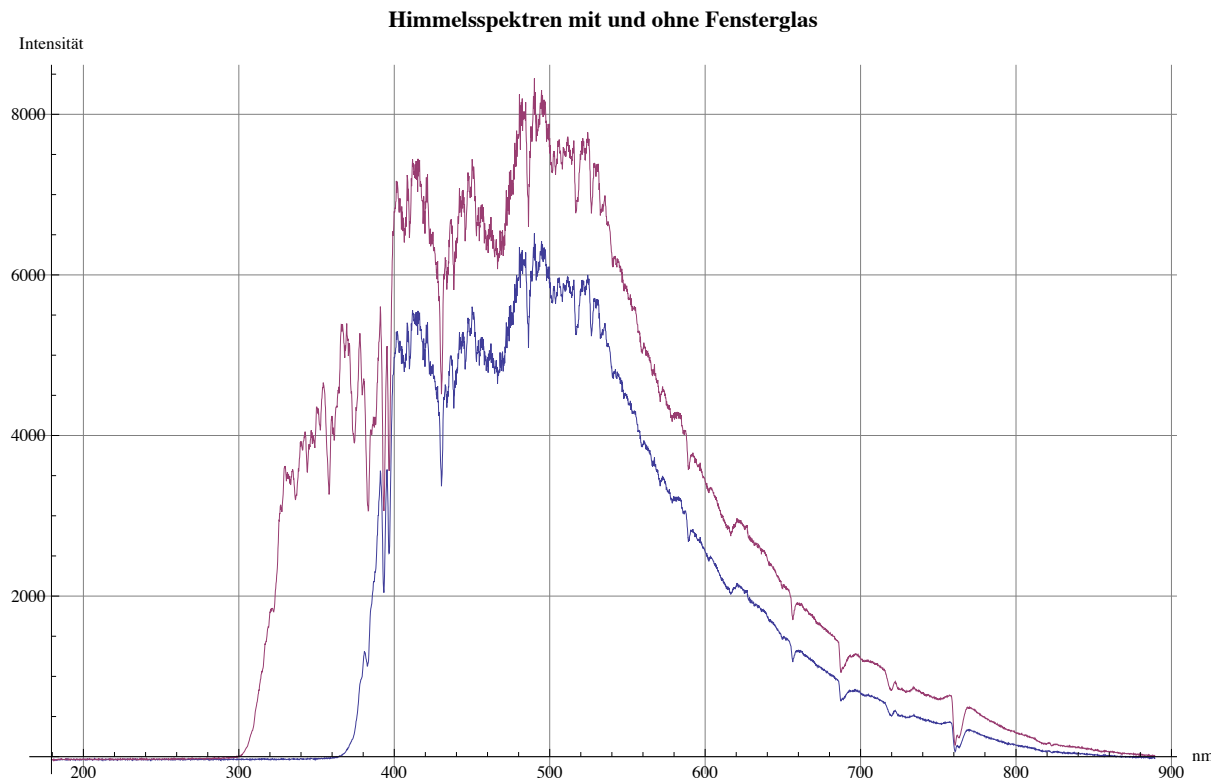
himmelsMitValues = Transpose[himmelsspektrumMitFenster][[2]];
himmelsOhneValues = Transpose[himmelsspektrumOhneFenster][[2]];

T = Transpose;

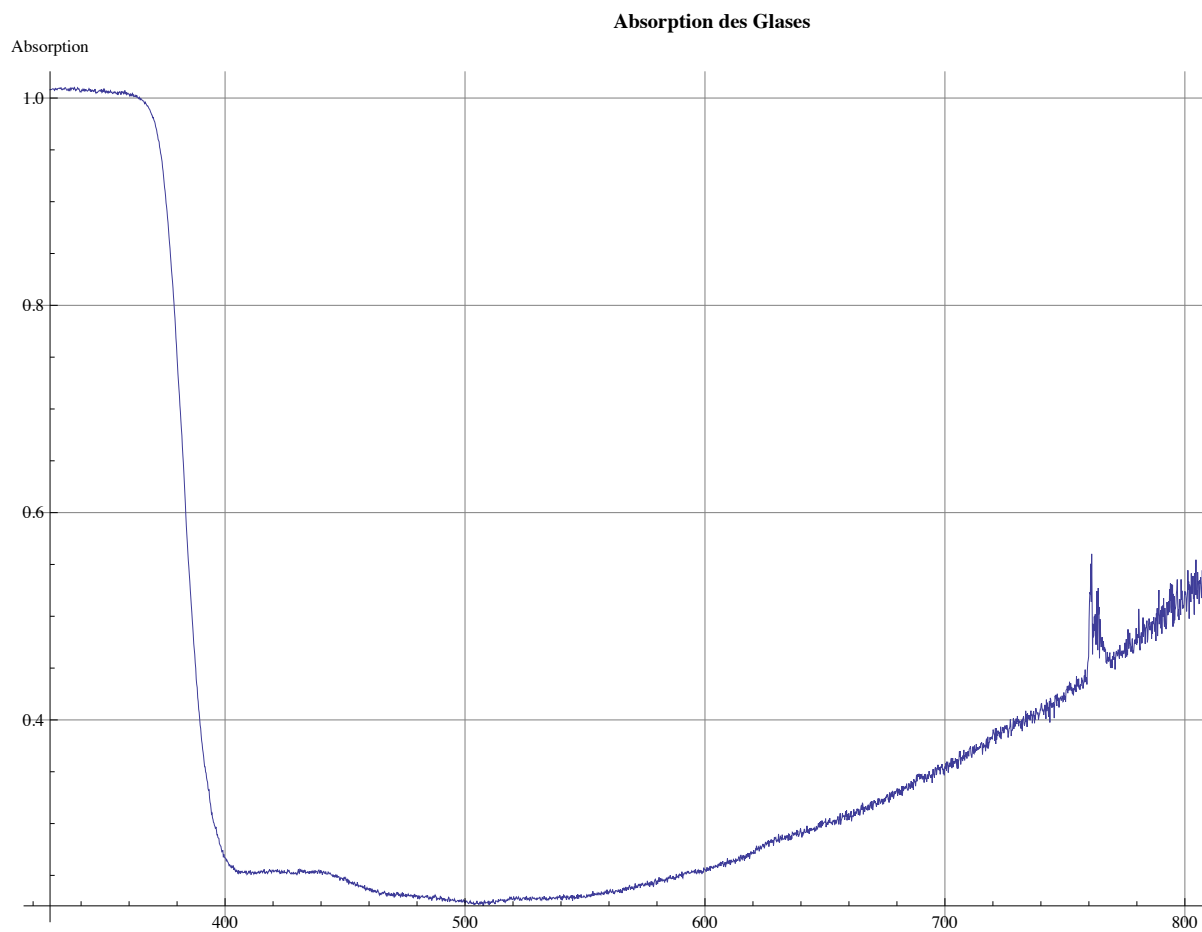
ll[lines_] := Map[Line[{{#, 0}, {#, 100 000}}] &,
  QuantityMagnitude @ UnitConvert[lines, "Nanometers"]]
```

## Glasabsorption

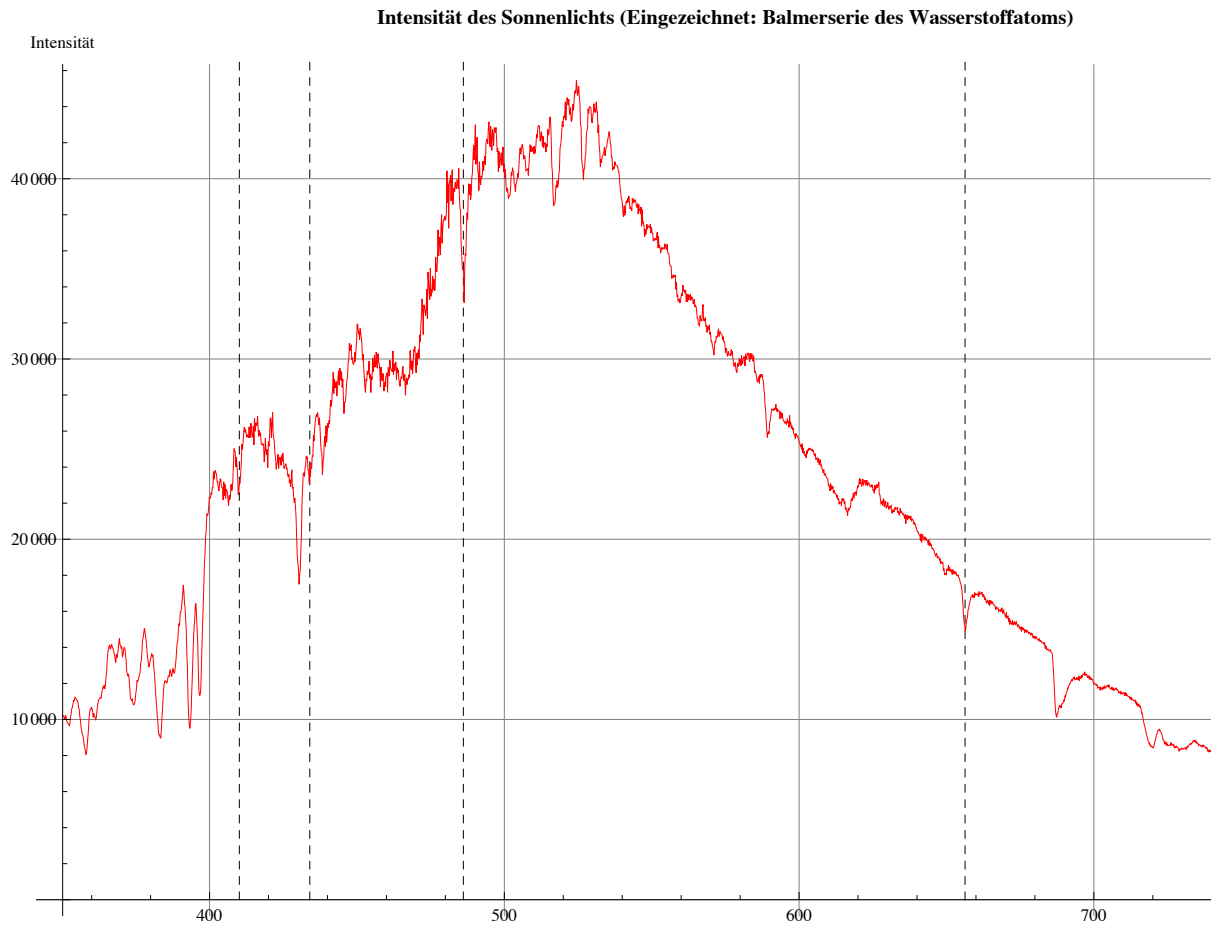
```
ListPlot[
  {T[{wavelengths, himmelsMitValues}], T[{wavelengths, himmelsOhneValues}]},
  Joined → True, GridLines → Automatic, AxesLabel → {"nm", "Intensität"},
  PlotLegends → {"Mit Fensterglas", "Ohne Fensterglas"},
  PlotLabel → Style["Himmelsspektren mit und ohne Fensterglas", Bold]]
```



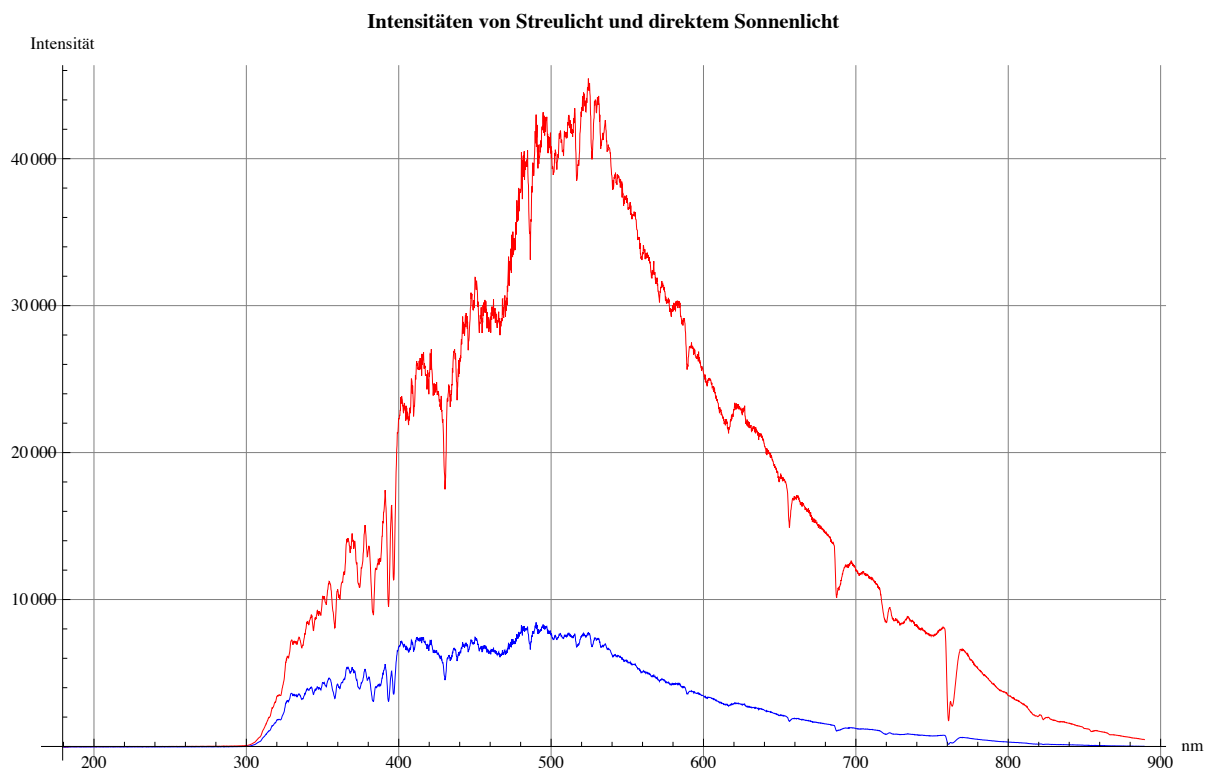
```
ListPlot[Select[T[{wavelengths, 1 - himmelsMitValues / himmelsOhneValues}],  
  #[[1]] ≥ 320 && #[[2]] < 1.01 (*meßungenaugigkeit...*) &]],  
  Joined → True, GridLines → Automatic, AxesLabel → {"nm", "Absorption"},  
  PlotLabel → Style["Absorption des Glases", Bold]]
```



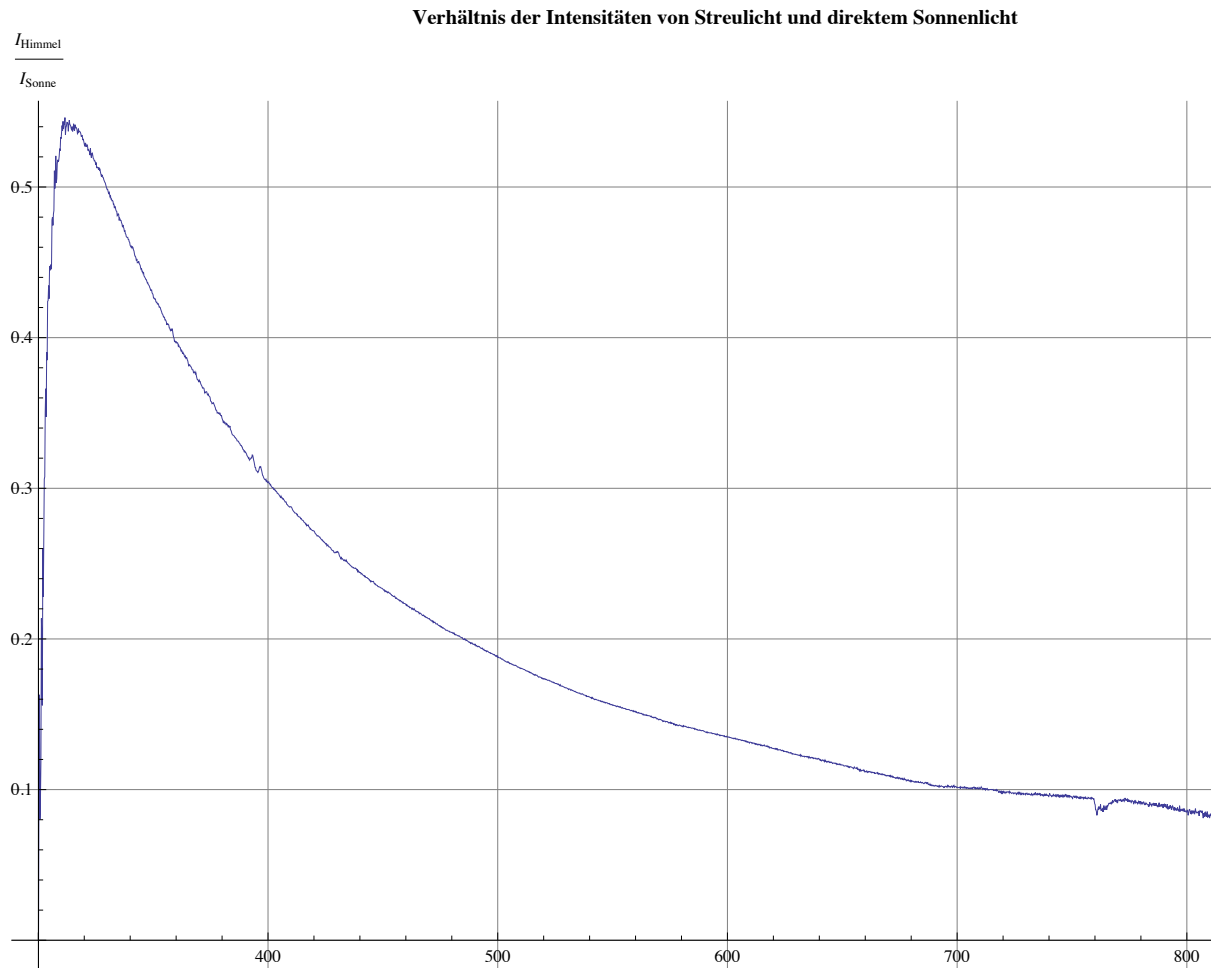
```
ListPlot[Select[sonnenspektrum, #[[1]] ≥ 350 && #1[[1]] ≤ 800 &],
Joined → True, PlotStyle → Red, GridLines → Automatic,
AxesLabel → {"nm", "Intensität"}, PlotLabel →
Style["Intensität des Sonnenlichts (Eingezeichnet: Balmerserie des
Wasserstoffatoms)", Bold], Prolog →
{Dashed, Black, 11[Quantity[{656.3, 486.1, 434.0, 410.1}, "Nanometers"]}]]
```



```
ListPlot[{T[{wavelengths, sonnenvalues}], T[{wavelengths, himmelsOhneValues}]},  
Joined → True, GridLines → Automatic, PlotStyle → {Red, Blue},  
GridLines → Automatic, AxesLabel → {"nm", "Intensität"},  
PlotLegends → {"Sonnenspektrum", "Himmelsspektrum"}, PlotLabel →  
Style["Intensitäten von Streulicht und direktem Sonnenlicht", Bold]]
```



```
ListPlot[
  Select[T[{wavelengths, himmelsOhneValues / sonnenvalues}], #[[1]] ≥ 300 &],
  Joined → True, GridLines → Automatic, AxesLabel → {"nm", " $\frac{I_{\text{Himmel}}}{I_{\text{Sonne}}}$ "}, PlotLabel →
  Style["Verhältnis der Intensitäten von Streulicht und direktem Sonnenlicht",
    Bold]
```



## Natriumspektrum

Gesamtspektrum mit starken Linien:

```
natriumgesamt,raw = Import["/Users/jannis/Dropbox/uniself/AP2/234
  Lichtquellen/JJ/Natrium/NaD_data.txt", "Table"];
```

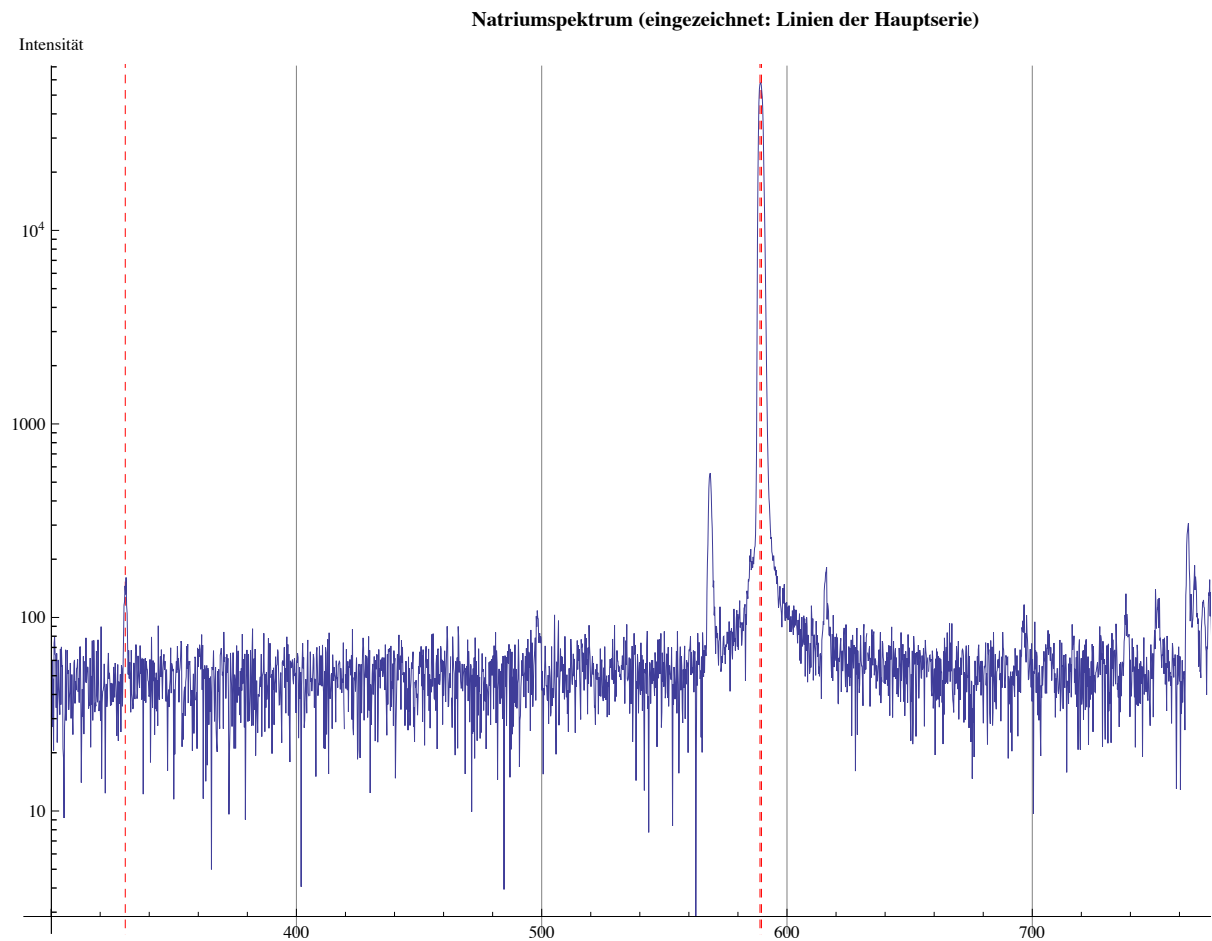
Addition eines konstanten Offsets:

```
natriumgesamt = T[{T[natriumgesamt,raw][[1]], T[natriumgesamt,raw][[2]] + 100}];
```

Linien der Hauptserie:

```
lines_mainseries = Quantity[{589.593, 588.996, 330.23}, "Nanometers"]
{589.593 nm, 588.996 nm, 330.23 nm}
```

```
ListLogPlot[Select[natrium_gesamt, 300 ≤ #[[1]] ≤ 850 &],
  PlotRange → Full, GridLines → {Automatic, None},
  Joined → True, Prolog → {Dashed, Red, ll[lines_mainseries]},
  AxesLabel → {"nm", "Intensität"}, PlotLabel →
  Style["Natriumspektrum (eingezeichnet: Linien der Hauptserie)", Bold]]
```



Bevor wir mit der genaueren Auswertung der Spektrallinien beginnen, wollen wir die Eichung der Serien vornehmen.

## I. Nebenserie

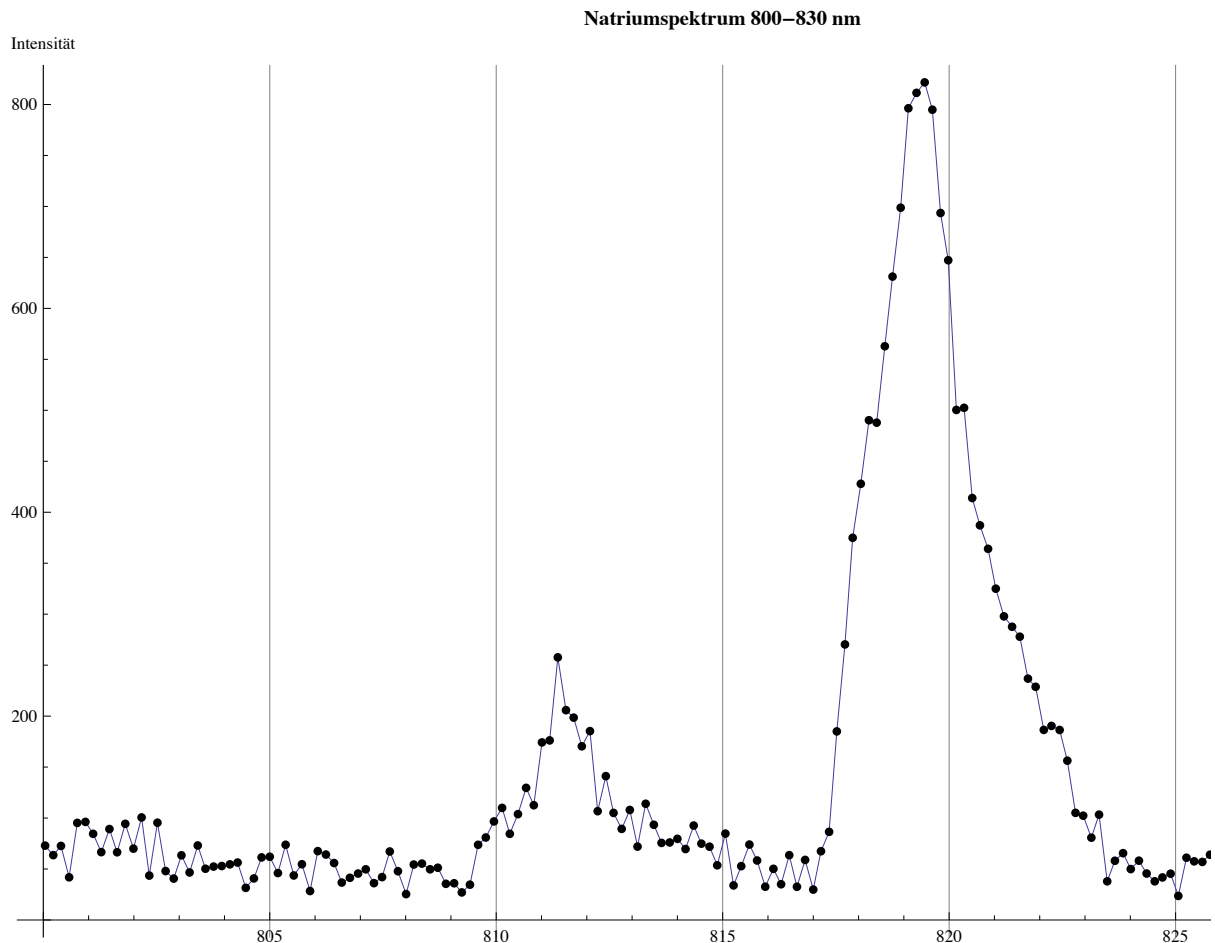
Eichung von  $E_{3p}$ : Findung der Linie um 819 nm:

```

plot819 =
  ListPlot[data, PlotRange → Full, Joined → True, GridLines → {Automatic, None},
    Epilog → {PointSize[Medium], Point[data]}, AxesLabel → {"nm", "Intensität"},
    PlotLabel → Style["Natriumspektrum 800-830 nm", Bold]] /.
    data → Select[natriumgesamt, 800 ≤ #[[1]] ≤ 830 &]

```

ListPlot::lpln : data is not a list of numbers or pairs of numbers. >>



Findung des Maximums:

```

natrium816,824 = Select[natriumgesamt, 816 ≤ #[[1]] ≤ 824 &];

peaks[points_] :=
  Pick[points[[2 ;; -2]], Differences[Sign[Differences[points[[All, 2]]]]], -2];

peaks[natrium816,824]
{{816.47, 63.58}, {816.82, 58.95}, {818.23, 490.25},
 {819.46, 821.69}, {820.33, 502.44}, {822.26, 190.39}, {823.31, 103.34}}

{{816.47, 63.58}, {816.82, 58.95}, {818.23, 490.25},
 {819.46, 821.69}, {820.33, 502.44}, {822.26, 190.39}, {823.31, 103.34}}

peak819 = Select[peaks[natrium816,824],
  #[[2]] ≥ Max#[[2]] & /@ peaks[natrium816,824]] & // Flatten
{819.46, 821.69}

{819.46, 821.69}

```

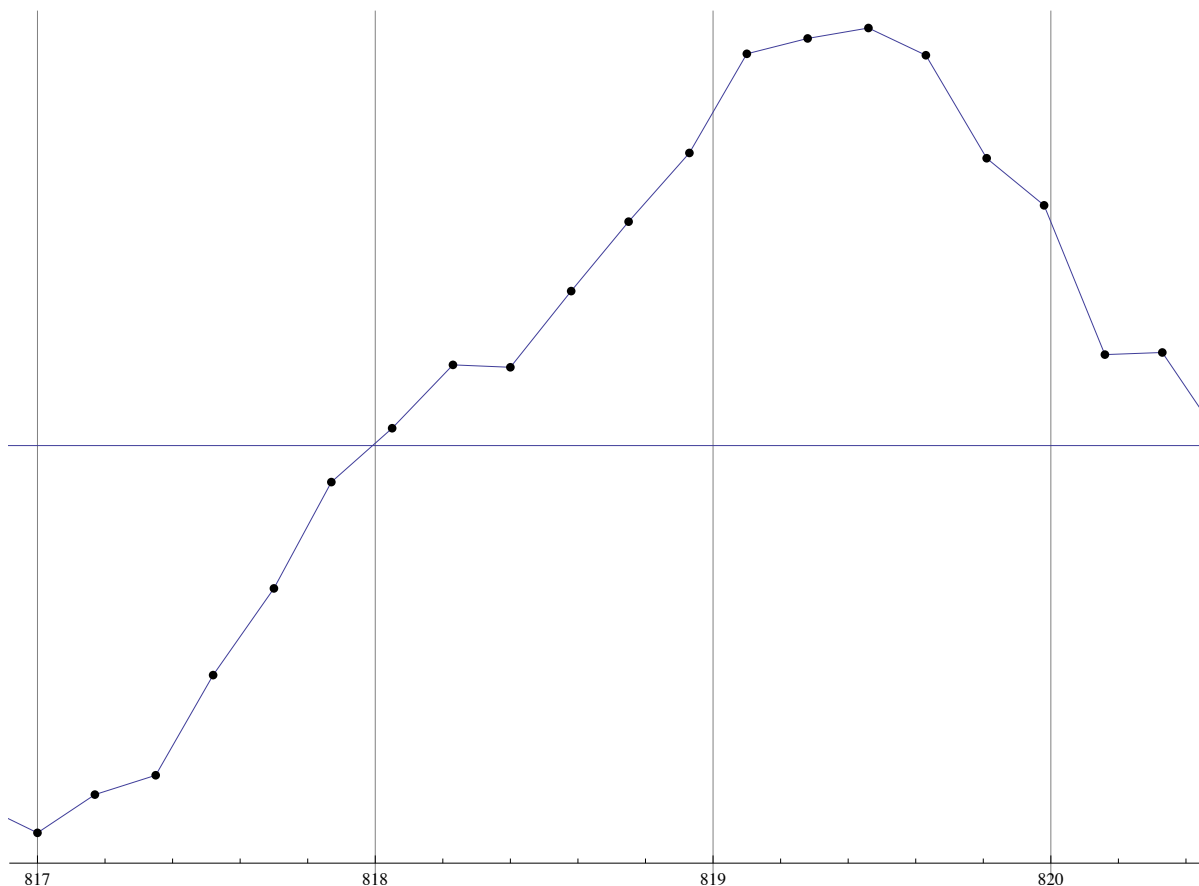
```
halfmax819 = peak819[[2]] / 2
```

```
410.845
```

```
410.845
```

Graphische Bestimmung der FWHM:

```
Show[plot819, Plot[halfmax819, {x, 800, 830}],  
PlotRange → {{817, 821}, Automatic}, PlotLabel → None]
```



Die untenstehenden Werte für die Schnittpunkte wurden mittels der Drawing Tools ermittelt:

```
fwhm819 = Differences[#[[1]] & /@ {{818, 412.4}, {820.5, 412.4}}][[1]]
```

```
2.5
```

```
λ819 = Quantity[peak819[[1]], "Nanometers"]; Δλ819 = Quantity[fwhm819, "Nanometers"];
```

Es ergibt sich für die Wellenlänge mit Fehler:

```
λ819 ± Δλ819
```

```
819.46 nm ± 2.5 nm
```

```
EnergyRydberg = Quantity[-13.605, "ElementaryCharge" * "Volts"]
```

```
-13.605 eV
```

```
λ1[m_] := UnitConvert[  
Quantity["PlanckConstant"] * Quantity["SpeedOfLight"]  
/ (EnergyRydberg / m^2 - Energy3p), "Nanometers"]
```

*Mathematica* ist anscheinend nicht unglaublich Algebra-begabt. Also lösen wir die Gleichung von Hand auf und erhalten

$$\text{Energy}_{3p} = \frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{m^2} - \frac{1}{\lambda_m}$$

$$\text{Quantity}["\text{PlanckConstant}"] * \text{Quantity}["\text{SpeedOfLight}"] /. \{m \rightarrow 3, \lambda_m \rightarrow \lambda_{819}\}$$

$$-3.02467 \text{ eV}$$

Der Fehler ergibt sich mit Fehlerfortpflanzung ( $\Delta E_{3p} = (\partial_{\lambda_3} E_{3p}) \Delta \lambda_3$ ) zu:

$$\Delta \text{Energy}_{3p} = \text{UnitConvert} \left[ \frac{\text{Quantity}["\text{PlanckConstant}"] * \text{Quantity}["\text{SpeedOfLight}"]}{\lambda_m^2} \Delta \lambda_m, \right.$$

$$\left. \text{"ElementaryCharge"} * \text{"Volts"} \right] /. \{\lambda_m \rightarrow \lambda_{819}, \Delta \lambda_m \rightarrow \Delta \lambda_{819}\}$$

$$0.00461584 \text{ eV}$$

Also gilt:

$$\text{Energy}_{3p} \pm \Delta \text{Energy}_{3p}$$

$$-3.02467 \text{ eV} \pm 0.00461584 \text{ eV}$$

Damit können wir die erste Nebenserie berechnen:

$$\text{lines}_{\text{side},1} = \text{Table}[\lambda_1[\text{m}], \{m, 3, 12\}]$$

$$\{819.46 \text{ nm}, 570.212 \text{ nm}, 499.842 \text{ nm}, 468.44 \text{ nm}, 451.342 \text{ nm},$$

$$440.897 \text{ nm}, 434.012 \text{ nm}, 429.217 \text{ nm}, 425.737 \text{ nm}, 423.127 \text{ nm}\}$$

## 2. Nebenserie

Da die 589-nm-Linie dem Übergang  $3p \rightarrow 3s$  entspricht, können wir formulieren:

$$\text{Energy}_{3s} = \text{Energy}_{3p} - \frac{\text{Quantity}["\text{PlanckConstant}"] * \text{Quantity}["\text{SpeedOfLight}"]}{\text{Quantity}[589, "\text{Nanometers}"]}$$

$$-5.12966 \text{ eV}$$

$$\Delta \text{Energy}_{3s} = \Delta \text{Energy}_{3p}$$

$$0.00461584 \text{ eV}$$

Nun ist der Korrekturterm  $\Delta_s$  nach  $E_{3s} = \frac{E_{\text{Ry}}}{(3-\Delta_s)^2}$ :

$$\Delta_s = 3 - \text{Sqrt} \left[ \frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{\text{Energy}_{3s}} \right]$$

$$1.37144$$

Der Fehler auf  $\Delta_s$  ergibt sich mit Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta \Delta_s = - \frac{1}{2 * \text{Energy}_{3s}} * \text{Sqrt} \left[ \frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{\text{Energy}_{3s}} \right] * \Delta \text{Energy}_{3s}$$

$$0.000732719$$

Es ist nun die zweite Nebenserie:

$$\lambda_2 [\text{m}_-] := \text{UnitConvert} \left[ \frac{\text{Quantity}["\text{PlanckConstant}"] * \text{Quantity}["\text{SpeedOfLight}"]}{\frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{(m-\Delta_s)^2} - \text{Energy}_{3p}}, "Nanometers" \right]$$

Wir können also die Übergänge  $3p \rightarrow 3s$  berechnen:

$$\text{lines}_{\text{side},2} = \text{Table}[\lambda_2 [\text{m}], \{\text{m}, 4, 9\}]$$

$$\{1174.54 \text{ nm}, 622.611 \text{ nm}, 518.845 \text{ nm}, 477.74 \text{ nm}, 456.66 \text{ nm}, 444.247 \text{ nm}\}$$

### 3. Nebenserie

Aus  $E_{3p} = \frac{E_{\text{Ry}}}{(3-\Delta_p)^2}$  können wir  $\Delta_p$  berechnen (analog zu oben):

$$\Delta_p = 3 - \text{Sqrt} \left[ \frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{\text{Energy}_{3p}} \right]$$

$$0.879147$$

Der Fehler ergibt sich zu

$$\Delta\Delta_p = - \frac{1}{2 * \text{Energy}_{3p}} * \text{Sqrt} \left[ \frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{\text{Energy}_{3s}} \right] * \Delta\text{Energy}_{3p}$$

$$0.00124265$$

Es ist also die dritte Nebenserie

$$\lambda_3 [\text{m}_-] := \text{UnitConvert} \left[ \frac{\text{Quantity}["\text{PlanckConstant}"] * \text{Quantity}["\text{SpeedOfLight}"]}{\frac{\text{Energy}_{\text{Rydberg}}}{(m-\Delta_p)^2} - \text{Energy}_{3s}}, "Nanometers" \right]$$

$$\text{lines}_{\text{side},3} = \text{Table}[\lambda_3 [\text{m}], \{\text{m}, 4, 5\}]$$

$$\{332.148 \text{ nm}, 286.437 \text{ nm}\}$$

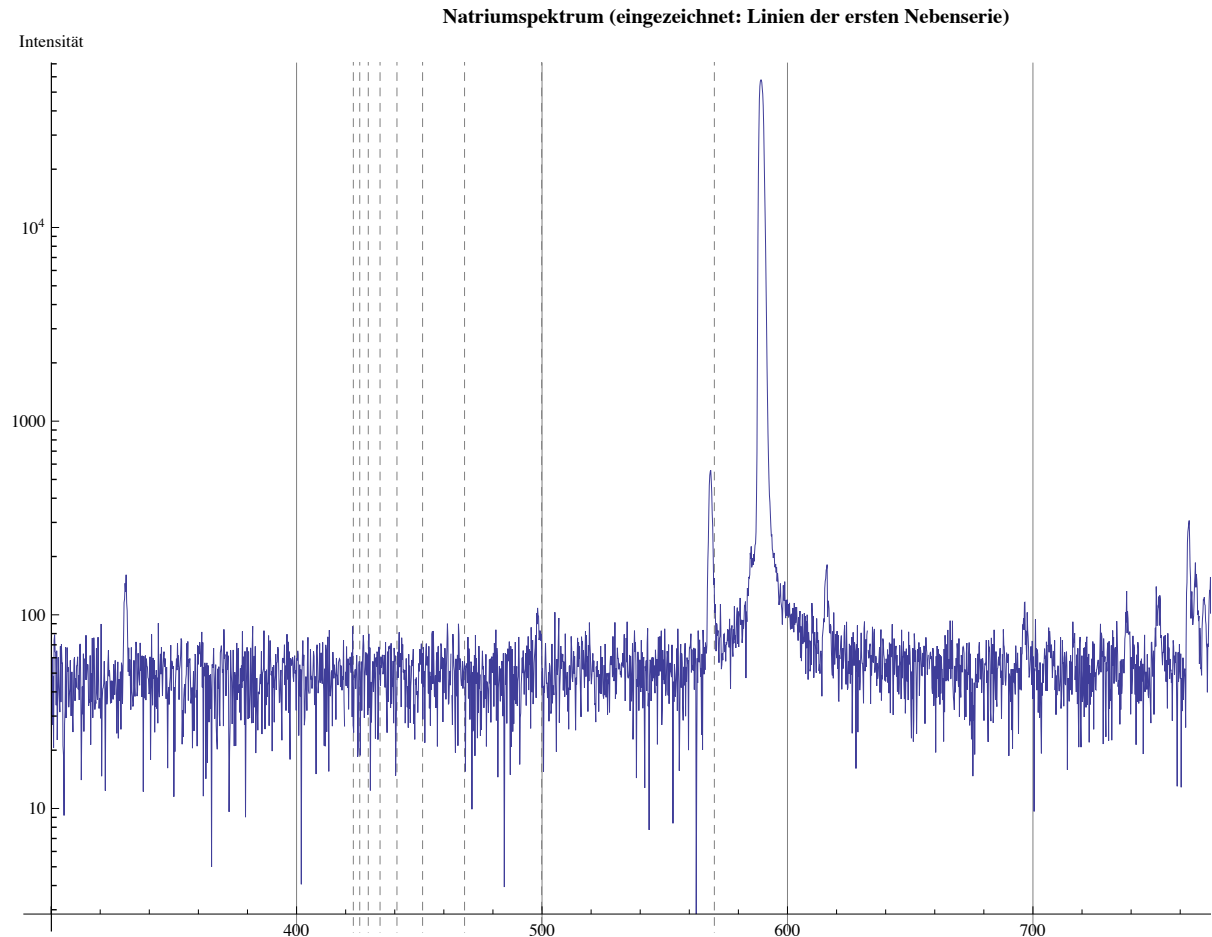
### Identifikation der Linien

Nun wollen wir versuchen, die gemessenen Linien mit Linien der verschiedenen Serien zu identifizieren. Dazu betrachten wir zunächst das Spektrum der starken Linien und zeichnen nacheinander die verschiedenen Serien ein:

$$\text{lines}_{\text{side},1}$$

$$\{819.46 \text{ nm}, 570.212 \text{ nm}, 499.842 \text{ nm}, 468.44 \text{ nm}, 451.342 \text{ nm}, 440.897 \text{ nm}, 434.012 \text{ nm}, 429.217 \text{ nm}, 425.737 \text{ nm}, 423.127 \text{ nm}\}$$

```
ListLogPlot[Select[natrium_gesamt, 300 ≤ #[[1]] ≤ 850 &],
  PlotRange → Full, GridLines → {Automatic, None},
  Joined → True, Prolog → {Dashed, Gray, ll[lines_side,1]},
  AxesLabel → {"nm", "Intensität"}, PlotLabel →
  Style["Natriumspektrum (eingezeichnet: Linien der ersten Nebenserie)", Bold]]
```



In der Tat lassen sich die ersten zwei Linien der ersten Nebenserie deutlich identifizieren. Wir gehen dazu über, die gemessenen Wellenlängen und Fehler dieser beiden Linien zu ermitteln:

Die Linie um 819 nm haben wir bereits vermessen und fanden:

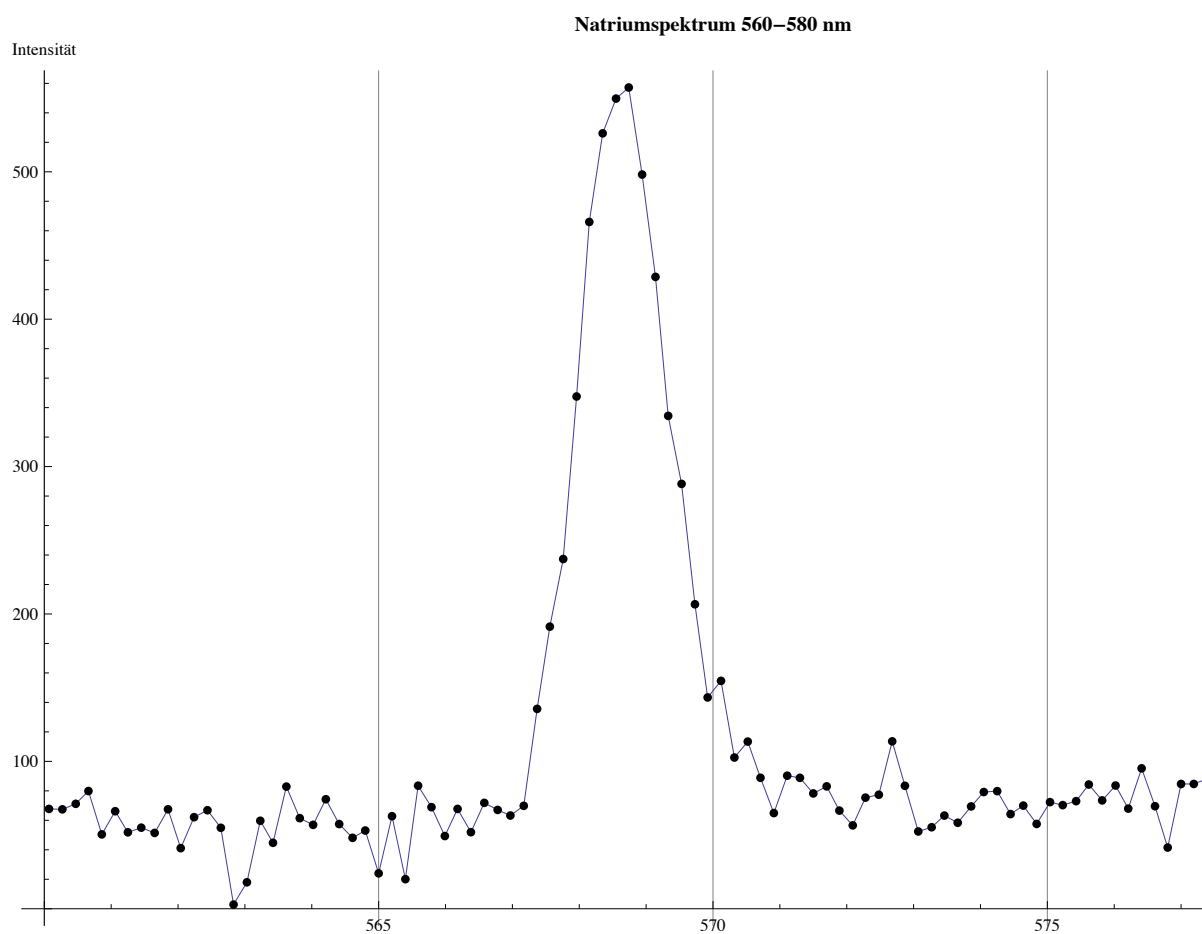
$$\lambda_{819} \pm \Delta\lambda_{819}$$

$$819.46 \text{ nm} \pm 2.5 \text{ nm}$$

Wir betrachten nun den Bereich um 570 nm:

```
areaPlot[data_, λ_, ε_] :=
  ListPlot[points, PlotRange → Full, Joined → True, GridLines → {Automatic, None},
    Epilog → {PointSize[Medium], Point[points]}, AxesLabel → {"nm", "Intensität"},
    PlotLabel → Style["Natriumspektrum " <>
      ToString[λ - ε] <> "-" <> ToString[λ + ε] <> " nm", Bold]] /.
  points → Select[data, λ - ε ≤ #[[1]] ≤ λ + ε &]
```

```
plot570 = areaPlot[natriumgesamt, 570, 10]
```



Das Maximum ergibt sich graphisch zu

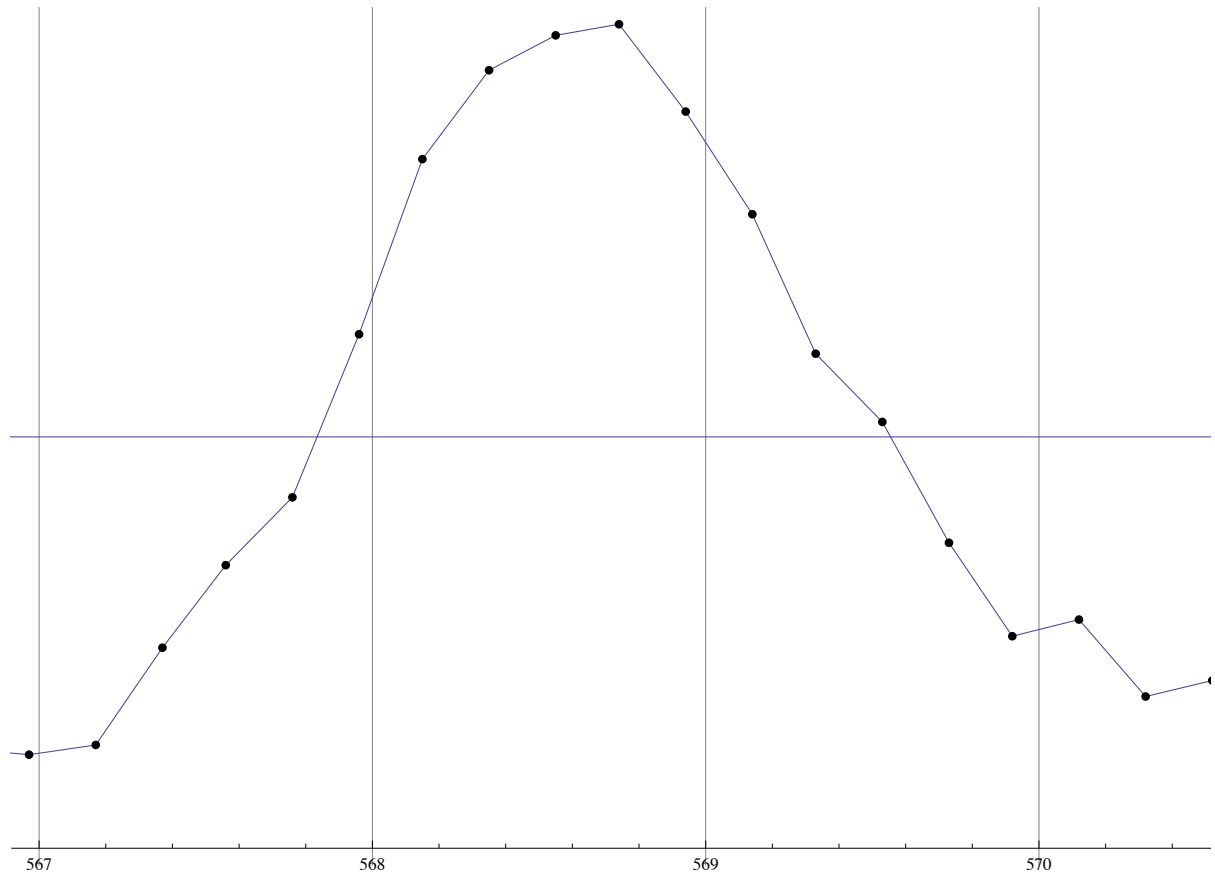
```
peak570 = {568.8, 556.3}
```

```
{568.8, 556.3}
```

```
halfmax570 = peak570[[2]] / 2
```

```
278.15
```

```
Show[plot570, Plot[halfmax570, {x, 550, 580}],
  PlotRange → {{567, 571}, Automatic}, PlotLabel → None]
```



Graphisch ergibt sich die FWHM zu:

```
fw hm[points_] := Quantity[Differences[#[[1]] & /@points][[1]], "Nanometers"]
```

```
 $\Delta\lambda_{570} = \text{fw hm}[\{ \{567.8, 277.7\}, \{569.6, 277.7\} \}]$ 
```

1.8 nm

```
 $\lambda_{570} = \text{Quantity}[\text{peak}_{570}[[1]], \text{"Nanometers"}];$ 
```

Es ergibt sich für die Wellenlänge mit Fehler:

```
 $\lambda_{570} \pm \Delta\lambda_{570}$ 
```

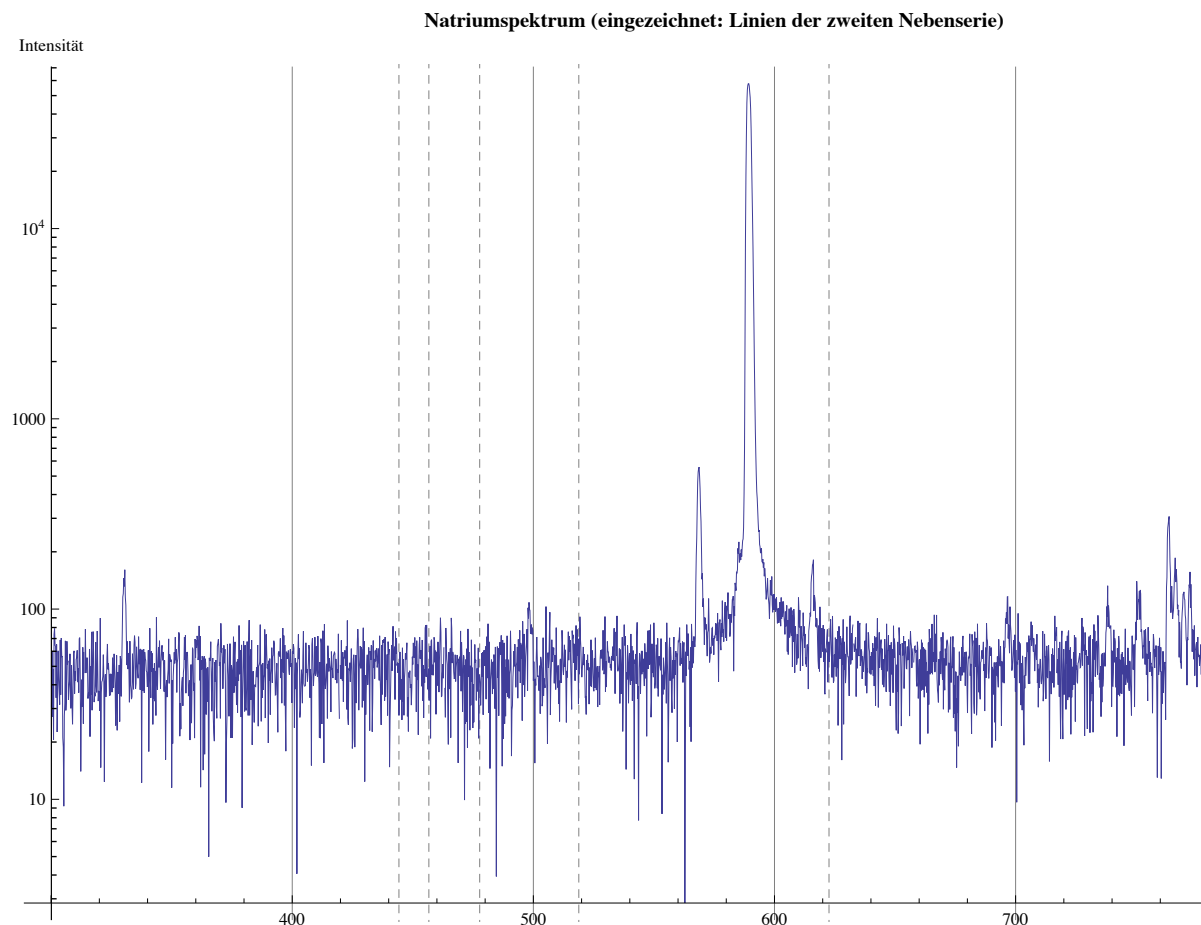
568.8 nm  $\pm$  1.8 nm

Nun betrachten wir die zweite Nebenserie.

```
linesside,2
```

```
{1174.54 nm, 622.611 nm, 518.845 nm, 477.74 nm, 456.66 nm, 444.247 nm}
```

```
ListLogPlot[Select[natrium_gesamt, 300 ≤ #[[1]] ≤ 850 &],
  PlotRange → Full, GridLines → {Automatic, None},
  Joined → True, Prolog → {Dashed, Gray, ll[lines_side,2]},
  AxesLabel → {"nm", "Intensität"}, PlotLabel → Style[
    "Natriumspektrum (eingezeichnet: Linien der zweiten Nebenserie)", Bold]]
```



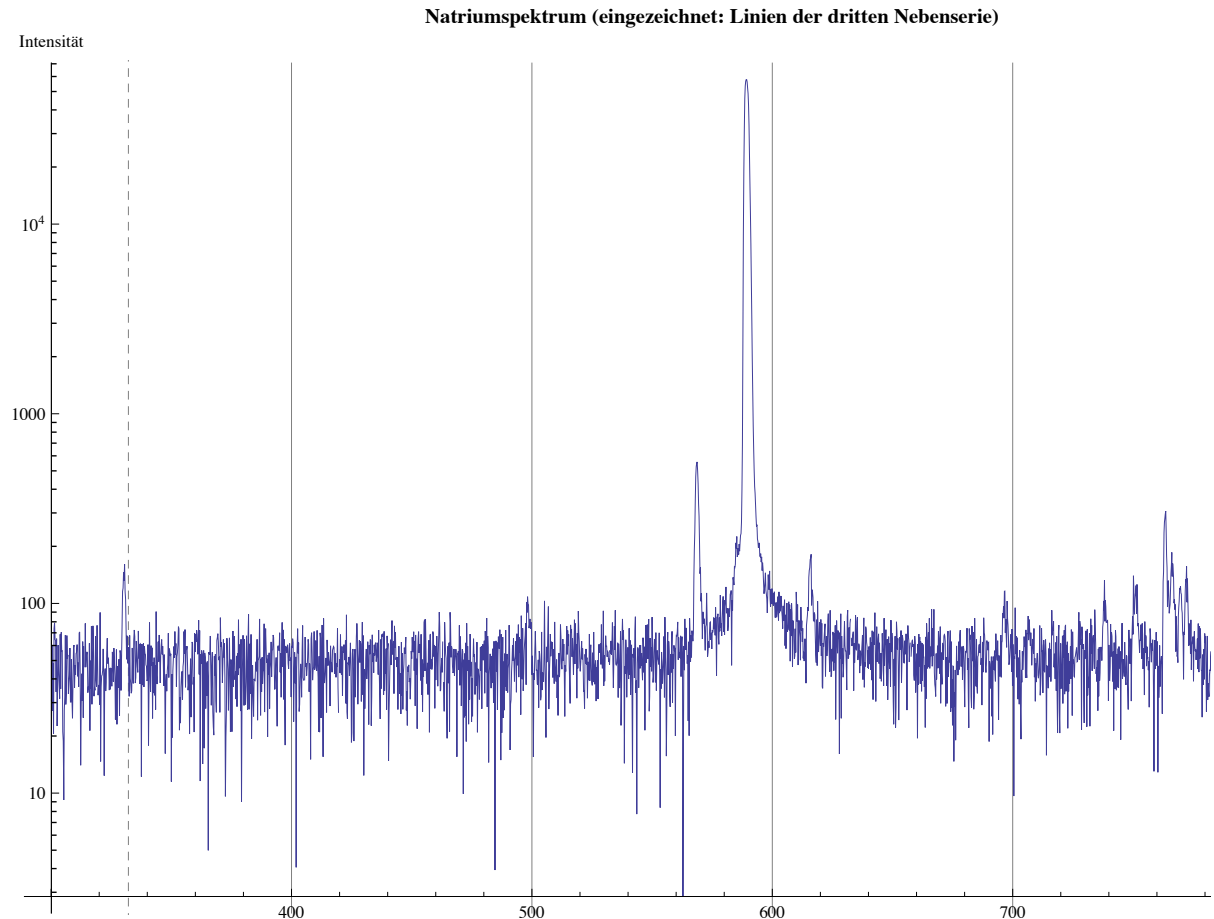
Offensichtlich (und wie erwartet) lassen sich aus diesem Diagramm keine Linien der zweiten Nebenserie eindeutig zuordnen.

Betrachten wir also nun die dritte Nebenserie.

**lines<sub>side,3</sub>**

{332.148 nm, 286.437 nm}

```
ListLogPlot[Select[natrium_gesamt, 300 ≤ #[[1]] ≤ 850 &],
  PlotRange → Full, GridLines → {Automatic, None},
  Joined → True, Prolog → {Dashed, Gray, ll[lines_side,3]},
  AxesLabel → {"nm", "Intensität"}, PlotLabel → Style[
    "Natriumspektrum (eingezeichnet: Linien der dritten Nebenserie)", Bold]]
```



Die erste Linie der dritten Nebenserie liegt sehr nahe bei der dritten Hauptlinie. Damit ist eine genaue Identifikation hier kaum möglich. Wir gehen indes über zur Betrachtung der Meßwerte der schwächeren Linien.

```
natrium400,540,raw = Import["/Users/jannis/Dropbox/uniself/AP2/234
  Lichtquellen/JJ/Natrium/400-540_data.txt", "Table"];
```

```
natrium570,620,raw = Import["/Users/jannis/Dropbox/uniself/AP2/234
  Lichtquellen/JJ/Natrium/570-620_data.txt", "Table"];
```

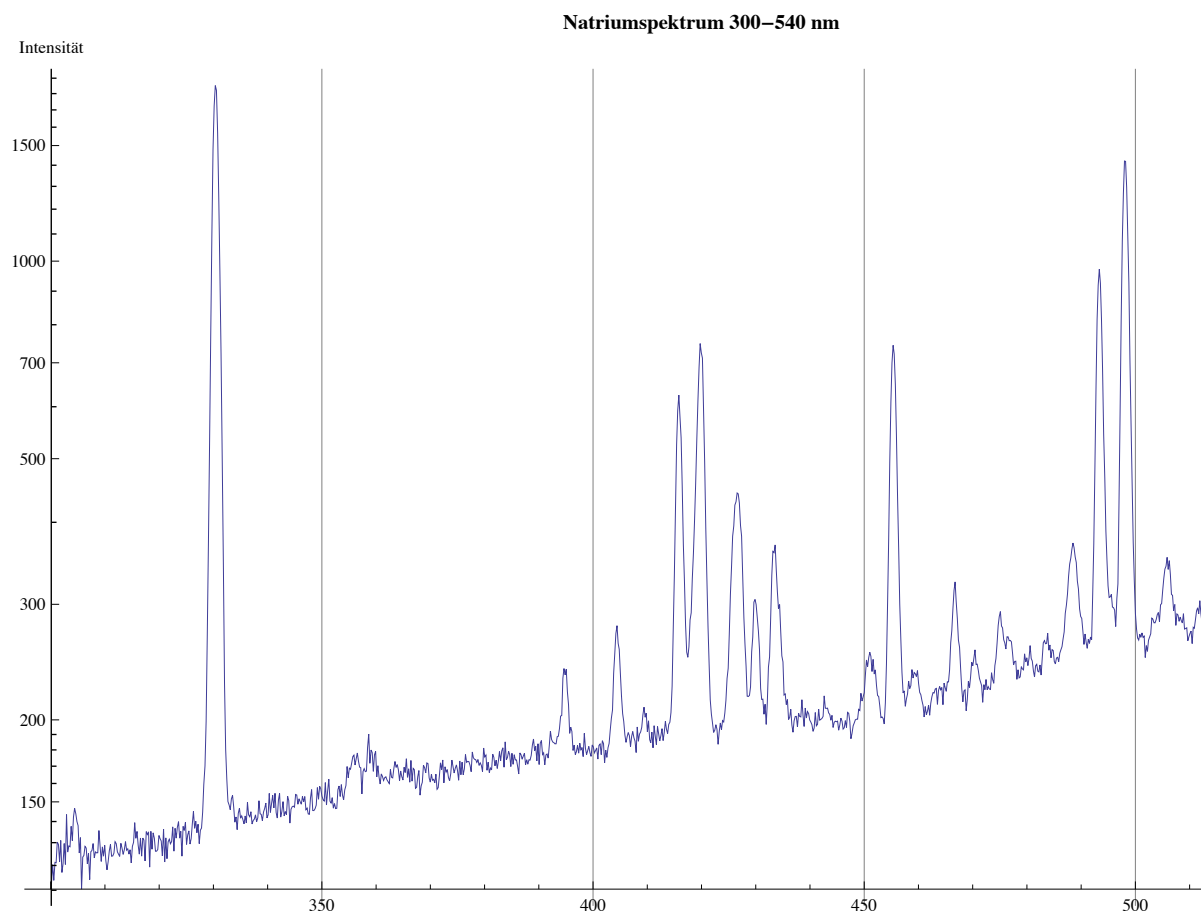
Addition eines konstanten Offsets:

```
natrium400,540 = T[{T[natrium400,540,raw][[1]], T[natrium400,540,raw][[2]] + 100}];
```

```
natrium570,620 = T[{T[natrium570,620,raw][[1]], T[natrium570,620,raw][[2]] + 100}];
```

Plots:

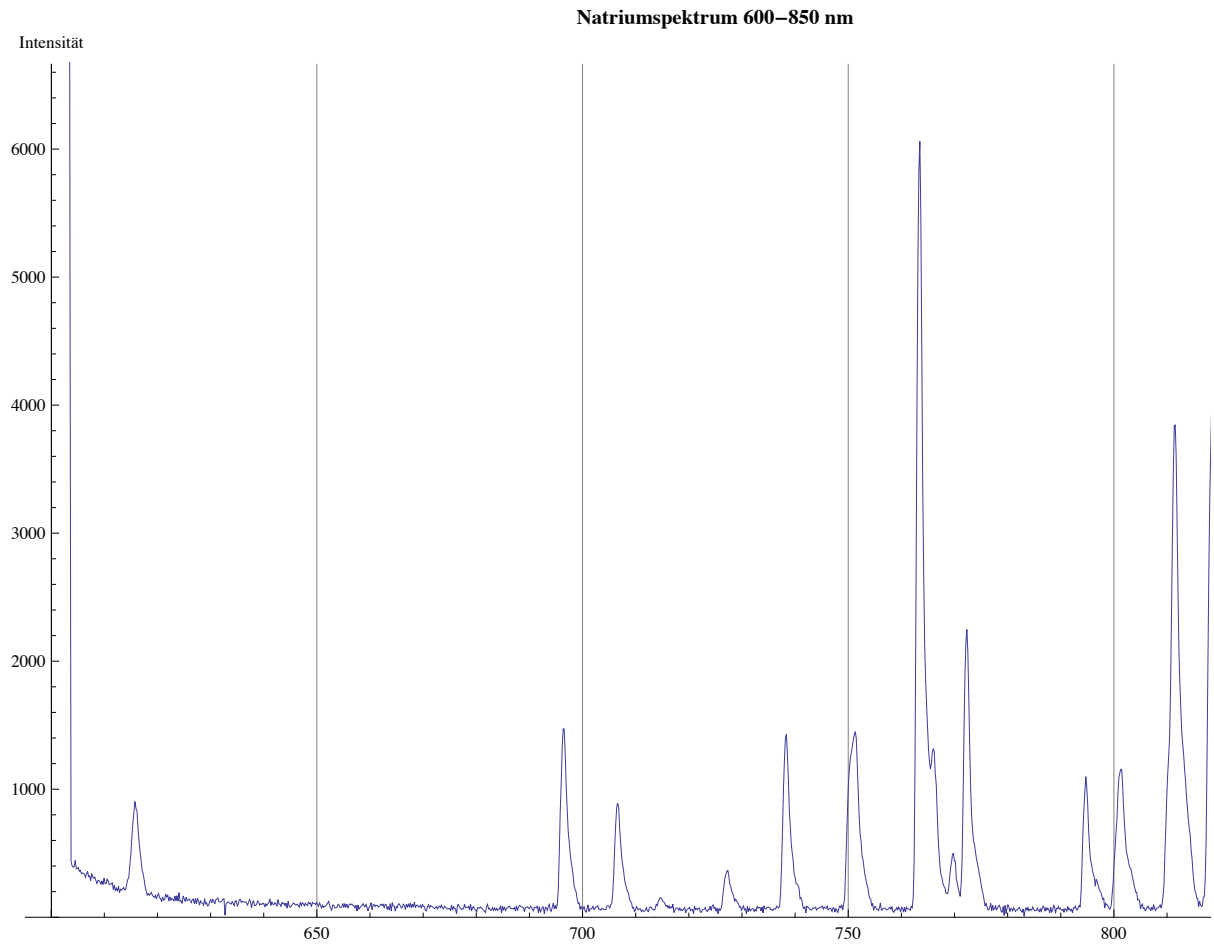
```
plot300,540 =  
ListLogPlot[Select[natrium400,540, 300 ≤ #[[1]] ≤ 540 &], PlotRange → Full,  
GridLines → {Automatic, None}, Joined → True, AxesLabel → {"nm", "Intensität"},  
PlotLabel → Style["Natriumspektrum 300-540 nm", Bold]]
```



```

plot600,850 = ListPlot[Select[natrium570,620, 600 ≤ #[[1]] ≤ 850 &],
  PlotRange → {Automatic, {0, 6666}}, GridLines → {Automatic, None},
  Joined → True, AxesLabel → {"nm", "Intensität"},
  PlotLabel → Style["Natriumspektrum 600-850 nm", Bold]]

```



**lines<sub>side,1</sub>**

```
{819.46 nm, 570.212 nm, 499.842 nm, 468.44 nm, 451.342 nm,
  440.897 nm, 434.012 nm, 429.217 nm, 425.737 nm, 423.127 nm}
```

**lines<sub>side,2</sub>**

```
{1174.54 nm, 622.611 nm, 518.845 nm, 477.74 nm, 456.66 nm, 444.247 nm}
```

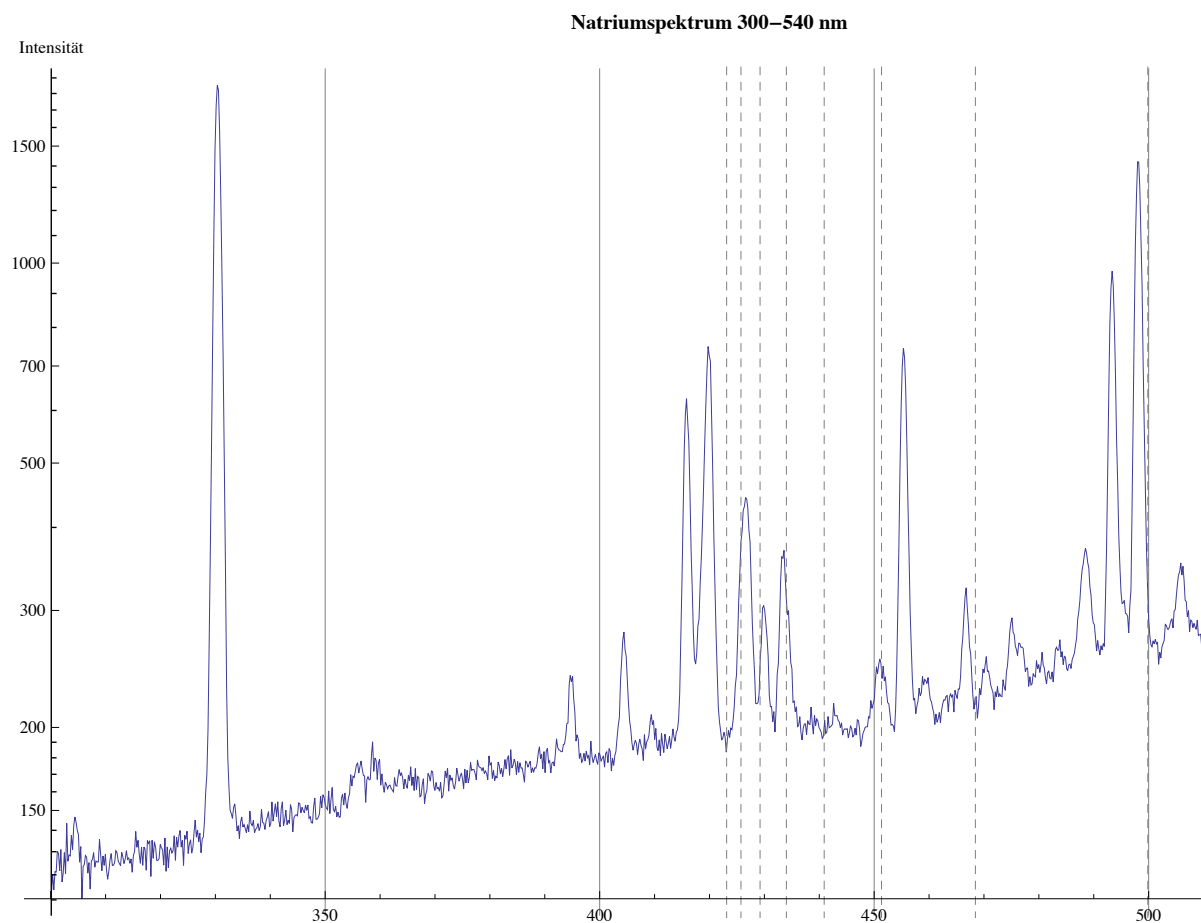
**lines<sub>side,3</sub>**

```
{332.148 nm, 286.437 nm}
```

## Niedrige Wellenlängen ( $\leq 540$ nm)

Wir beginnen damit, das Spektrum von 300 nm bis 540 nm auf sämtliche der hier aufgefundenen Linien zu untersuchen.

```
Show[plot300,540, Graphics[{Dashed, Gray, 11[linesside,1]}]]
```



Die Linien lassen sich offenbar insbesondere im Bereich um 430 nm nicht mehr sehr eindeutig zuordnen. Wir vollziehen eine Zuordnung für die ersten drei Linien. Dazu:

Zunächst die Linie um 499 nm:

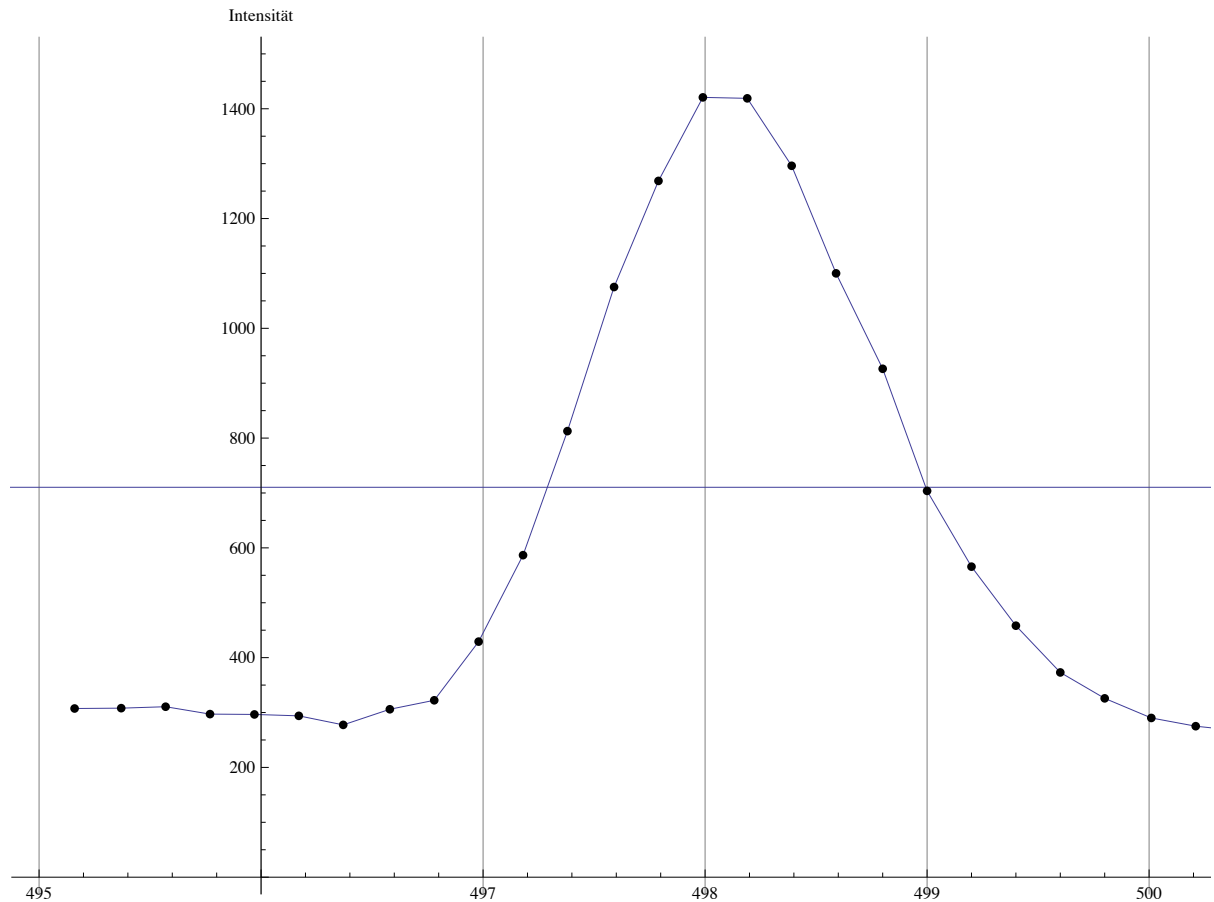
```
peak499 = SortBy[Select[natrium400,540, 495 ≤ #[[1]] ≤ 501 &, #[[2]] &] // Last  
{497.99, 1420.74}
```

```
λ499 = Quantity[peak499[[1]], "Nanometers"]  
497.99 nm
```

```
halfmax499 = peak499[[2]] / 2  
710.37
```

```
plot499 = areaPlot[natrium400,540, 498, 3];
```

```
Show[plot499, Plot[halfmax499, {x, 450, 550}],
PlotRange → {{495, 501}, {0, 1500}}, PlotLabel → None]
```



```
 $\Delta\lambda_{499} = \text{fwhm}[\{\{497.3, 711.4\}, \{499, 711.4\}\}]$ 
```

1.7 nm

```
 $\lambda_{499} \pm \Delta\lambda_{499}$ 
```

497.99 nm  $\pm$  1.7 nm

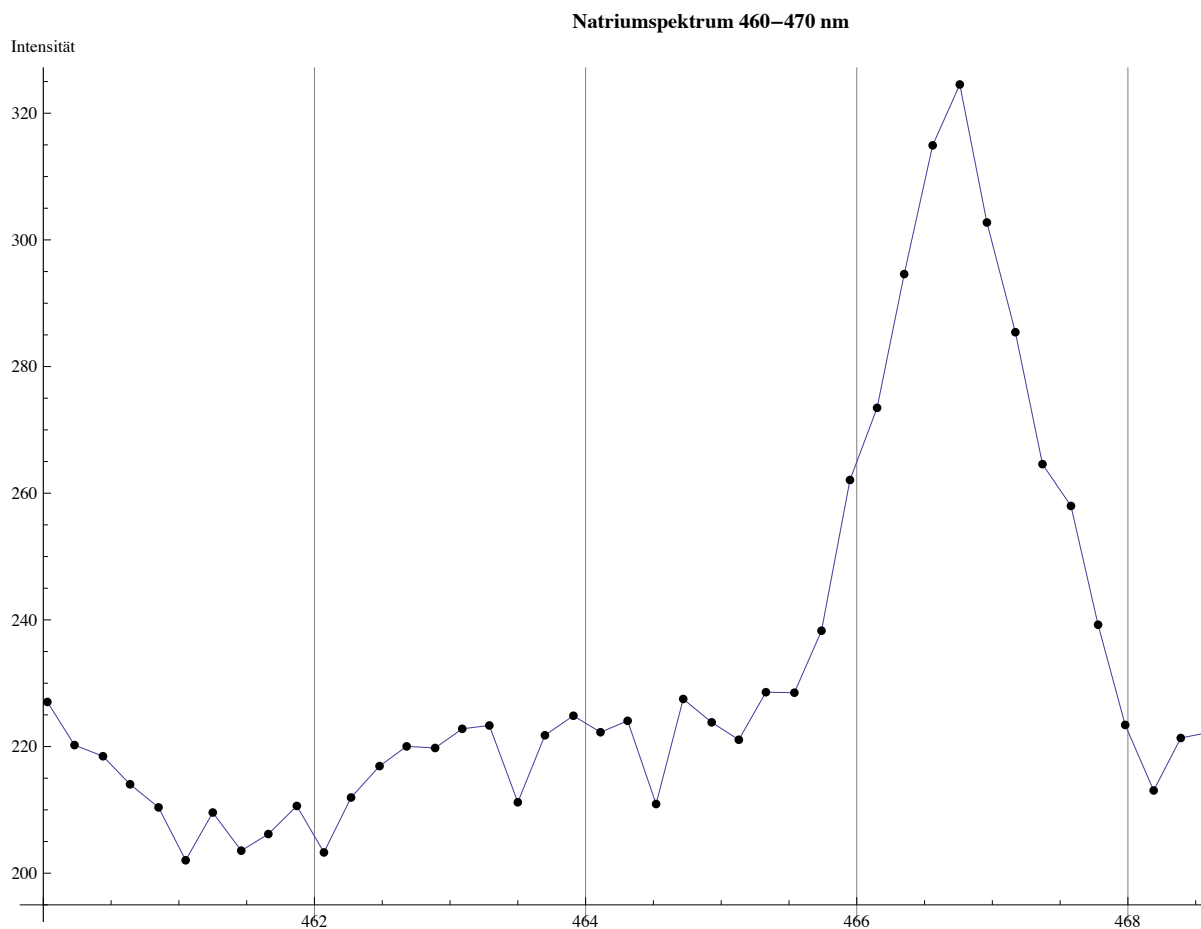
Nun die Linie um 468 nm:

```
peak468 = SortBy[Select[natrium400,540, 460 ≤ #[[1]] ≤ 470 &], #[[2]] &] // Last
{466.76, 324.54}
```

```
 $\lambda_{468} = \text{Quantity}[\text{peak}_{468}[[1]], \text{"Nanometers"}]$ 
```

466.76 nm

```
plot468 = areaPlot[natrium400,540, 465, 5]
```



```
 $\Delta\lambda_{468} = \text{fwhm}[\{\{465.9, 262.1\}, \{467.4, 262.7\}\}]$ 
```

1.5 nm

```
 $\lambda_{468} \pm \Delta\lambda_{468}$ 
```

466.76 nm  $\pm$  1.5 nm

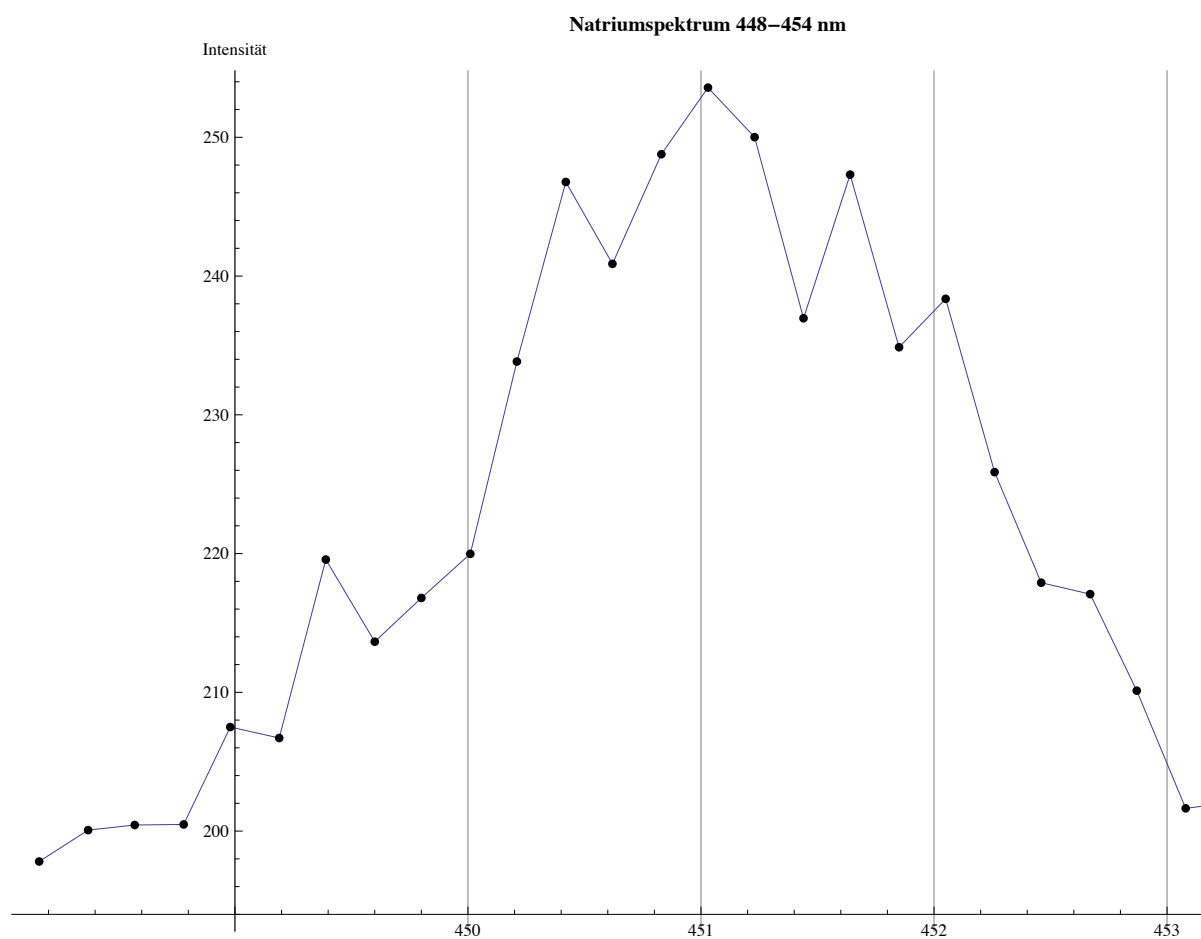
Zuletzt die Linie um 451 nm:

```
peak451 = SortBy[Select[natrium400,540, 450 ≤ #[[1]] ≤ 452 &, #[[2]] &] // Last  
{451.03, 253.58}
```

```
 $\lambda_{451} = \text{Quantity}[\text{peak}_{451}[[1]], \text{"Nanometers"}]$ 
```

451.03 nm

```
plot451 = areaPlot[natrium400,540, 451, 3]
```



```
 $\Delta\lambda_{451} = \text{fwhm}[\{\{449.3, 215.6\}, \{452.7, 216.7\}\}]$ 
```

```
3.4 nm
```

```
 $\lambda_{451} \pm \Delta\lambda_{451}$ 
```

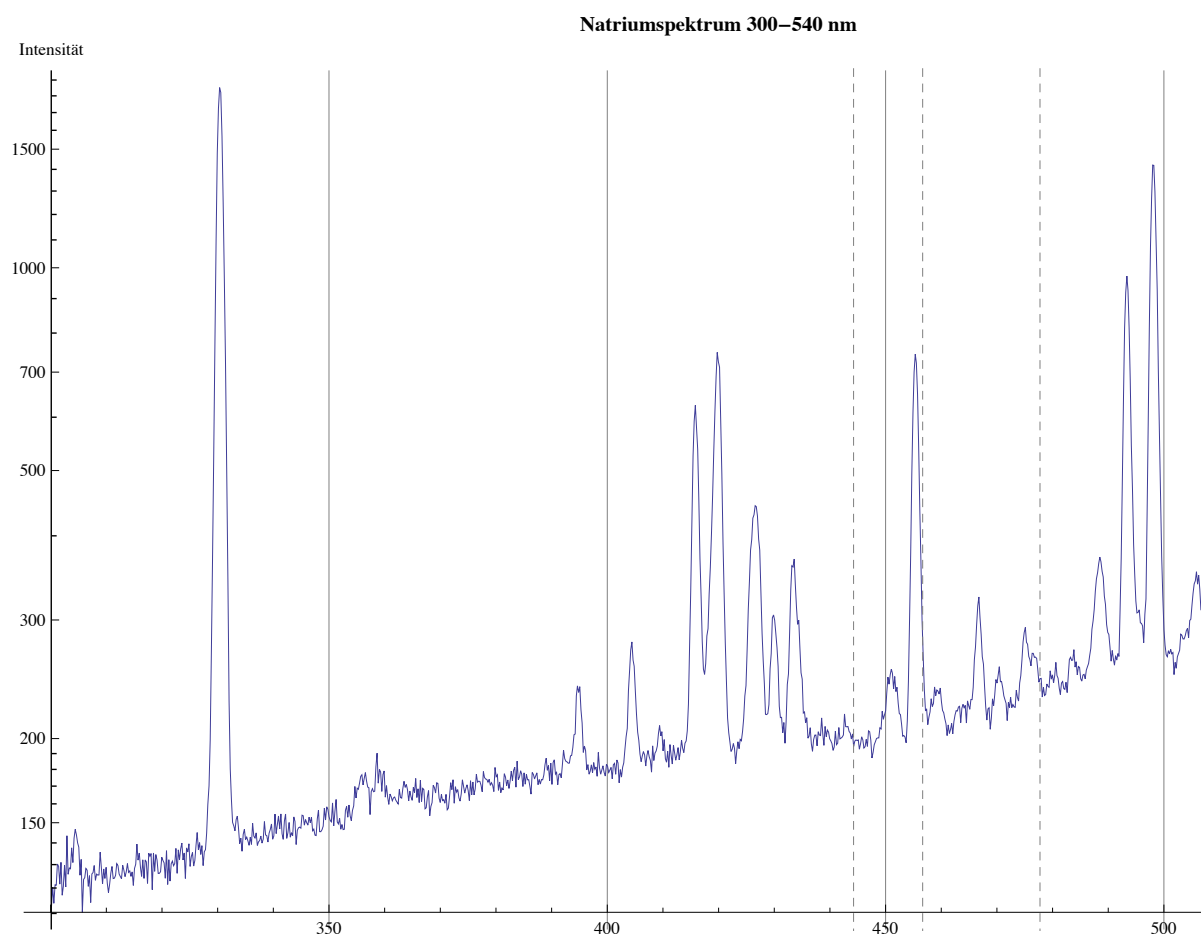
```
451.03 nm  $\pm$  3.4 nm
```

Wir betrachten nun die zweite Nebenserie:

```
linesside,2
```

```
{1174.54 nm, 622.611 nm, 518.845 nm, 477.74 nm, 456.66 nm, 444.247 nm}
```

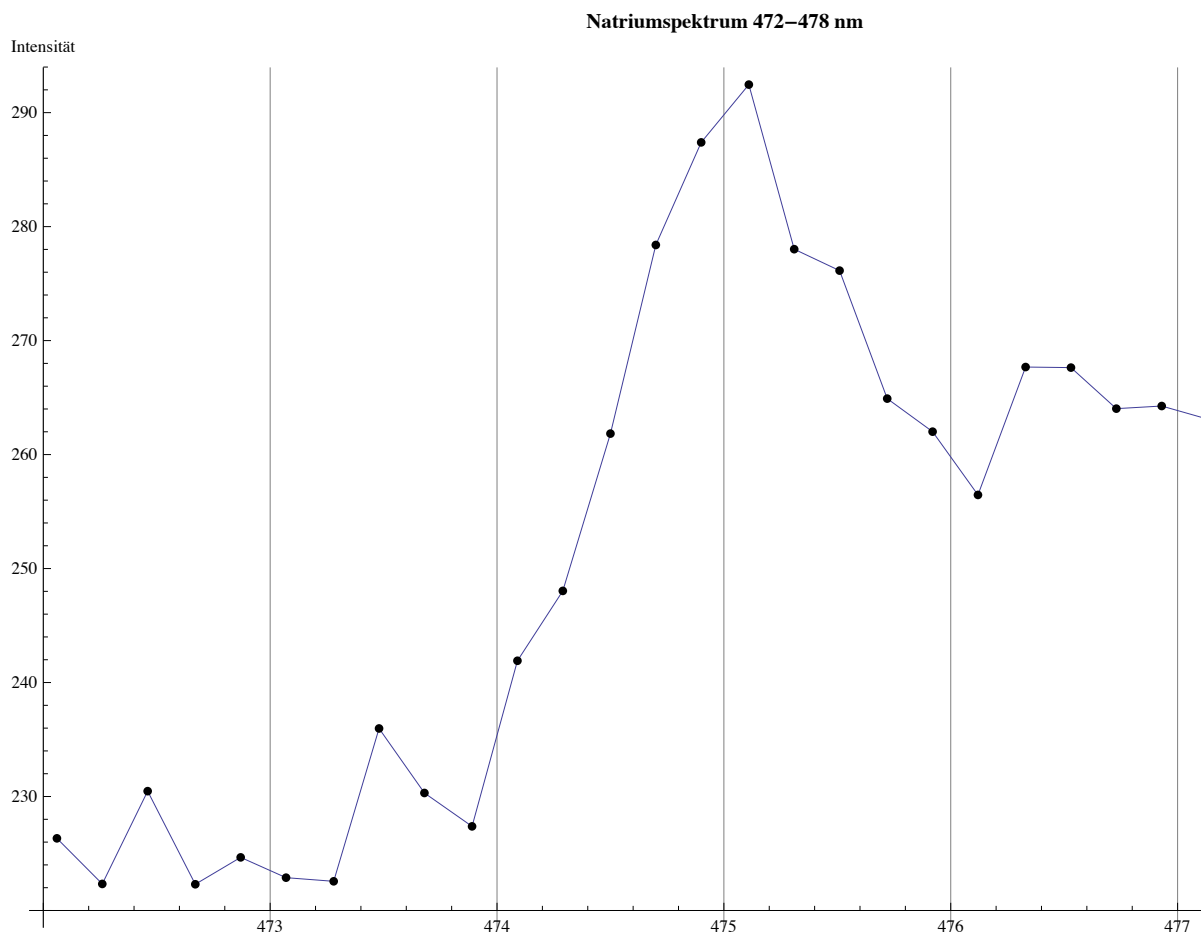
```
Show[plot300,540, Graphics[{Dashed, Gray, 11[linesside,2]}]]
```



Die Linien um 477 nm und 456 nm scheinen gut zuzuordnen. Also:

```
peak477 = SortBy[Select[natrium400,540, 470 ≤ #[[1]] ≤ 480 &], #[[2]] &] // Last
{475.11, 292.46}
```

```
plot477 = areaPlot[natrium400,540, 475, 3]
```



```
 $\Delta\lambda_{477} = \text{fwhm}[\{\{474.3, 249\}, \{477.4, 247.8\}\}]$ 
```

```
3.1 nm
```

```
 $\lambda_{477} = \text{Quantity}[\text{peak}_{477}[[1]], \text{"Nanometers"}]$ 
```

```
475.11 nm
```

```
 $\lambda_{477} \pm \Delta\lambda_{477}$ 
```

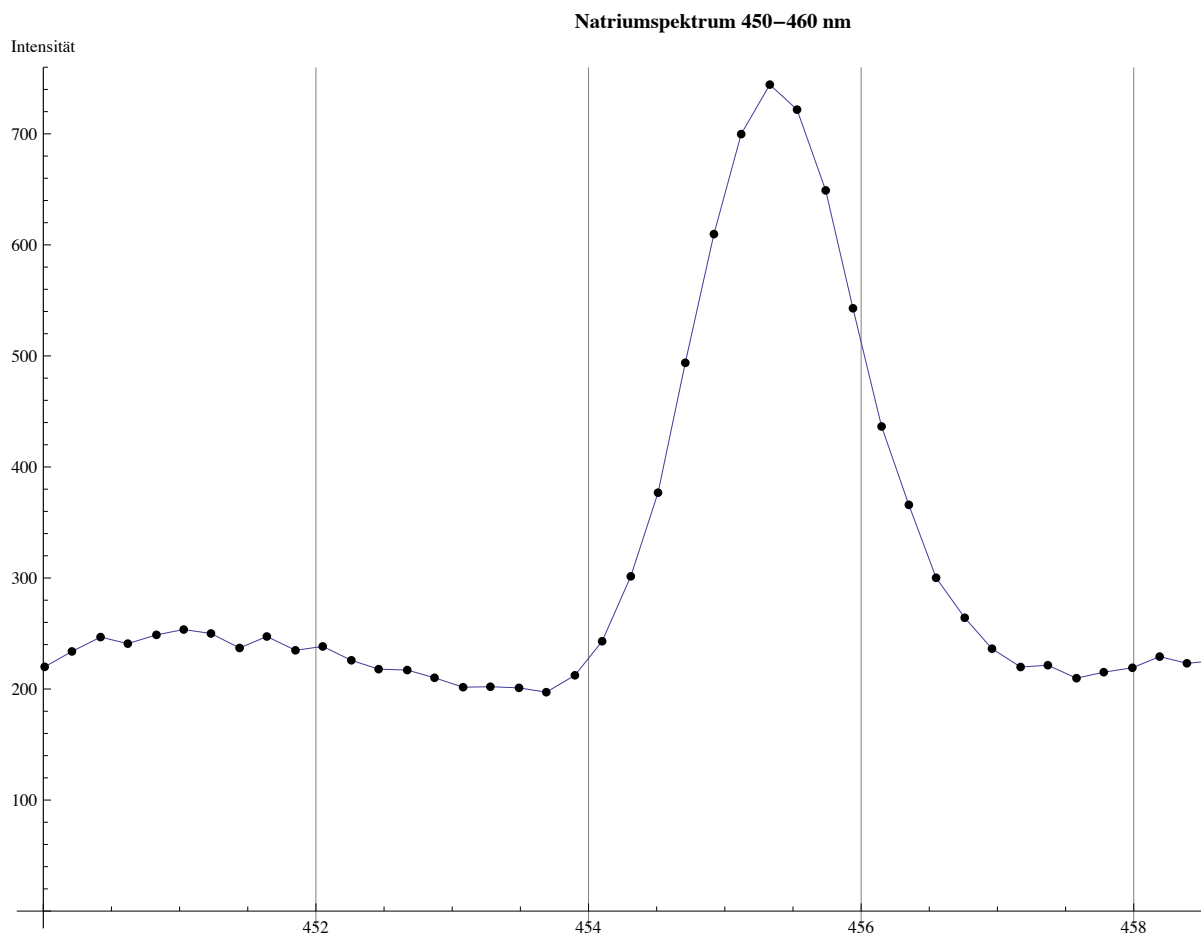
```
475.11 nm  $\pm$  3.1 nm
```

```
und
```

```
 $\text{peak}_{456} = \text{SortBy}[\text{Select}[\text{natrium}_{400,540}, 450 \leq \#[[1]] \leq 460 \ \&], \#[[2]] \ \&] // \text{Last}$ 
```

```
{455.33, 744.35}
```

```
plot456 = areaPlot[natrium400,540, 455, 5]
```



```
 $\Delta\lambda_{456} = \text{fwhm}[\{\{454.5, 376.2\}, \{456.3, 381.4\}\}]$ 
```

1.8 nm

```
 $\lambda_{456} = \text{Quantity}[\text{peak}_{456}[[1]], \text{"Nanometers"}]$ 
```

455.33 nm

```
 $\lambda_{456} \pm \Delta\lambda_{456}$ 
```

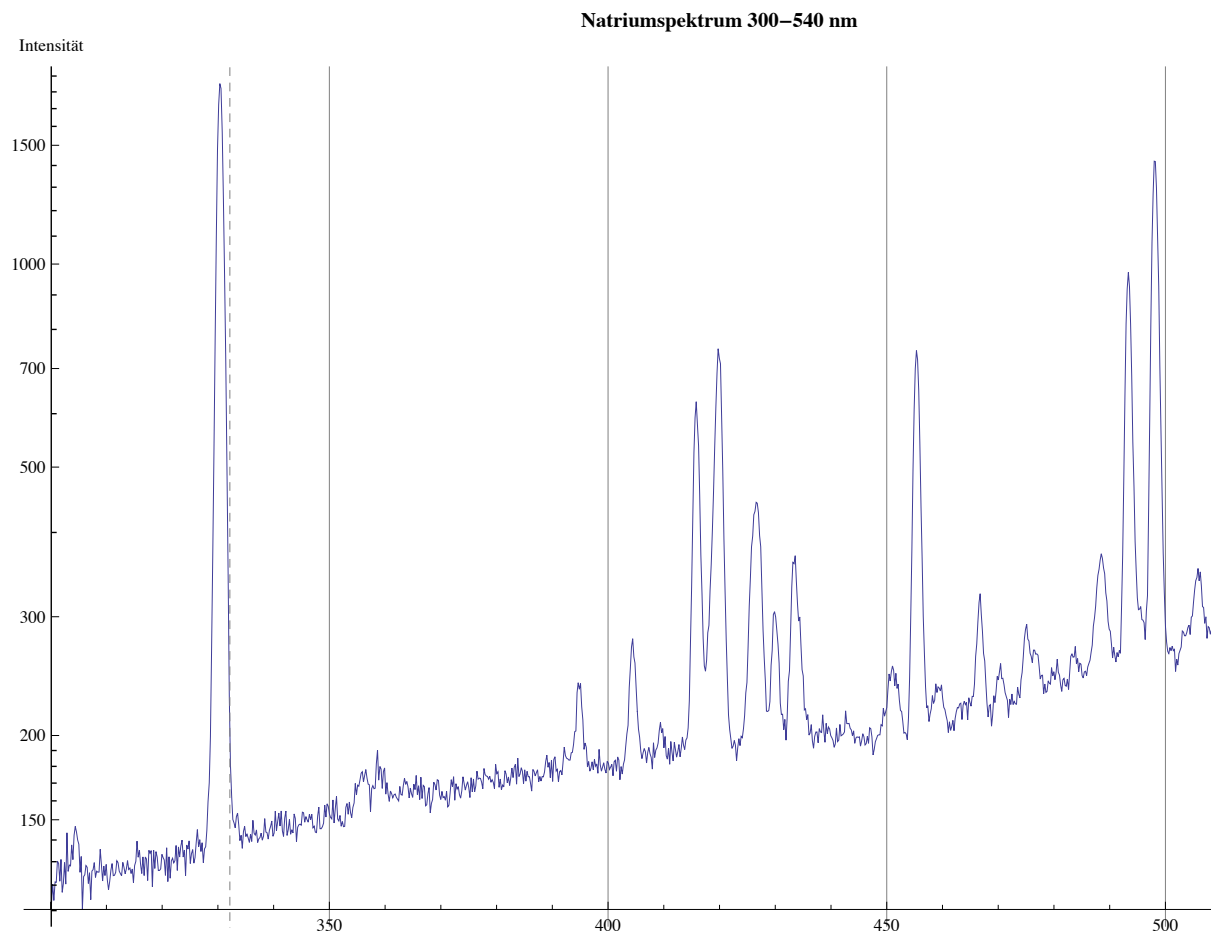
455.33 nm  $\pm$  1.8 nm

Als letztes betrachten wir die dritte Nebenserie in diesem Bereich:

```
linesside,3
```

```
{332.148 nm, 286.437 nm}
```

```
Show[plot300,540, Graphics[{Dashed, Gray, ll[linesside,3]}]]
```



Auch hier kann wegen der Nähe zur Hauptserienlinie keine sinnvolle Zuordnung vorgenommen werden.

### Hohe Wellenlängen ( $\geq 600$ nm)

Wir gehen nun über zur Betrachtung des Bereichs höherer Wellenlängen.

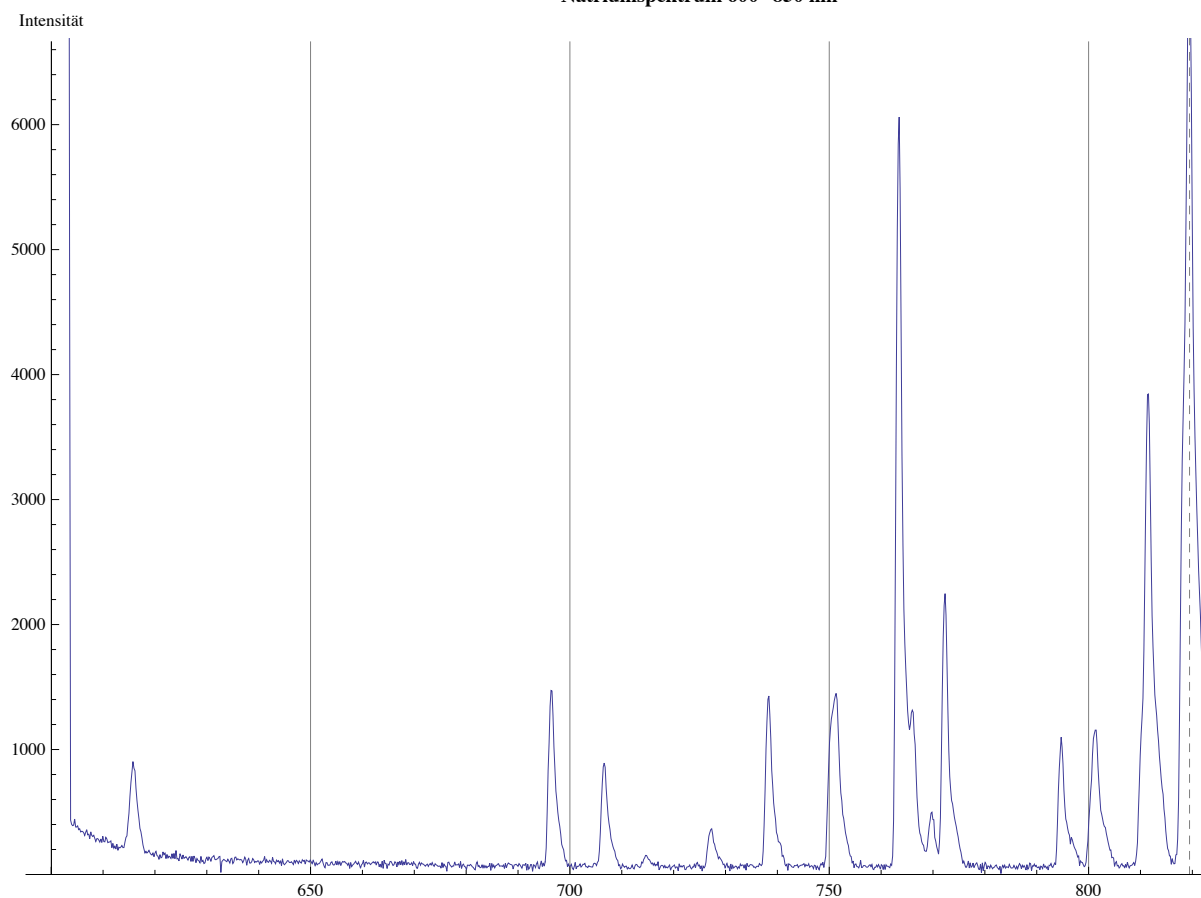
Dazu überlagern wir wieder das Spektrum mit den errechneten Linien der verschiedenen Nebenserien.

**lines<sub>side,1</sub>**

```
{819.46 nm, 570.212 nm, 499.842 nm, 468.44 nm, 451.342 nm,  
440.897 nm, 434.012 nm, 429.217 nm, 425.737 nm, 423.127 nm}
```

```
Show[plot600,850, Graphics[{Dashed, Gray, ll[linesside,1]}]]
```

Natriumspektrum 600–850 nm

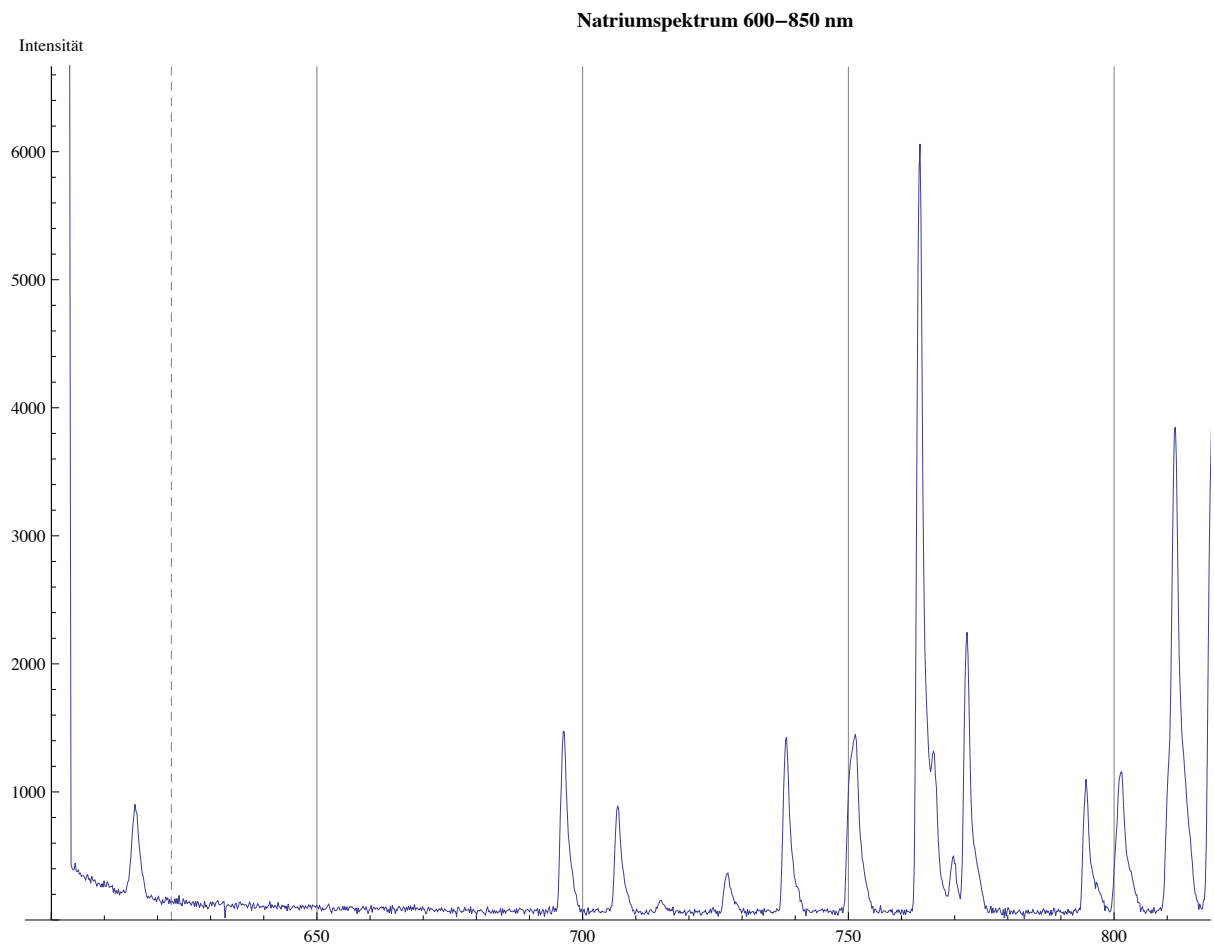


Aus der ersten Nebenserie ist in diesem Bereich nur die bereits wohlvermessene 819-nm-Linie zu erkennen.

```
linesside,2
```

```
{1174.54 nm, 622.611 nm, 518.845 nm, 477.74 nm, 456.66 nm, 444.247 nm}
```

```
Show[plot600,850, Graphics[{Dashed, Gray, ll[linesside,2]}]]
```



Allein die 622-nm-Linie liegt in diesem Bereich, indes haben wir nur eine Linie bei etwa 617 nm gemessen. Es besteht die Möglichkeit, daß es sich um ein und dieselbe Linie handelt und aufgrund einer Ungenauigkeit der Bestimmung des Korrekturfaktors die berechnete Position so stark von der gemessenen variiert, doch dies ist recht unwahrscheinlich, und insbesondere hilft uns eine Zuordnung dieser Linie nicht.

Die dritte Nebenserie enthält gar keine Linien in diesem Wellenlängenbereich. All die Linien, die hier doch zu erkennen sind, stammen entweder aus anderen Serien, die wir hier nicht betrachten, oder gar aus anderen Stoffen, die in der von uns verwendeten Lampe auch (schwach) zum Einsatz kommen.

---

## Bestimmung der Serienenergien und der $l$ -abhängigen Korrekturfaktoren

```
Needs["ErrorBarPlots`"]
```

### Erste Nebenserie

Die zugeordneten Wellenlängen sind:

```
side1 = {{3, λ819}, {4, λ570}, {5, λ499}, {6, λ468}, {7, λ451}}
{{3, 819.46 nm}, {4, 568.8 nm}, {5, 497.99 nm}, {6, 466.76 nm}, {7, 451.03 nm}}
```

```
Δside1 = {Δλ819, Δλ570, Δλ499, Δλ468, Δλ451}
{2.5 nm, 1.8 nm, 1.7 nm, 1.5 nm, 3.4 nm}
```

Eine Anpassung mit  $E_{Ry}$  als freiem Parameter liefert:

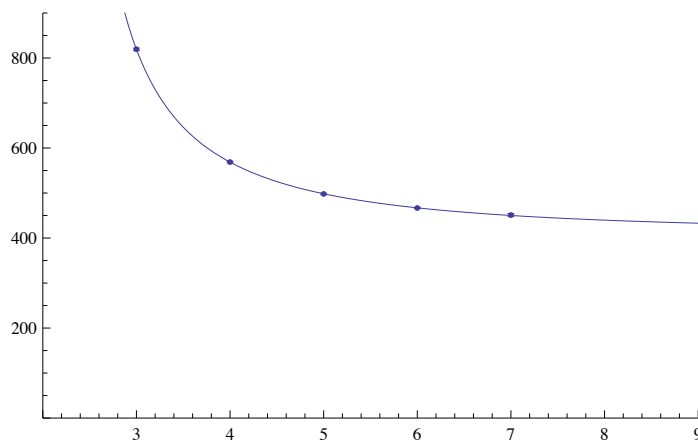
```
fit1 = NonlinearModelFit[QuantityMagnitude[side1],  $\frac{1.2398 * 10^3}{\frac{en}{(m-d)^2} + ep}$ , {en, ep, d}, m,
Weights → QuantityMagnitude[1 / Δside1], VarianceEstimatorFunction → (1 &)];
```

```
fit1[{"BestFit", "ParameterTable"}]
```

		Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
$\left\{ \frac{1239.8}{3.02983 - \frac{13.3868}{(-0.0293394+m)^2}} \right\}$	en	-13.3868	0.883191	-15.1573	0.00432448
	ep	3.02983	0.0180279	168.063	0.0000354025
	d	0.0293394	0.0815551	0.359749	0.75347

```
errorplot1 = ErrorListPlot[Transpose[
QuantityMagnitude[side1], Map[ErrorBar, QuantityMagnitude[Δside1]]]]];
```

```
Show[Plot[fit1[m], {m, 2.5, 9}, PlotRange → {{2, 9}, {0, 900}}, errorplot1]
```



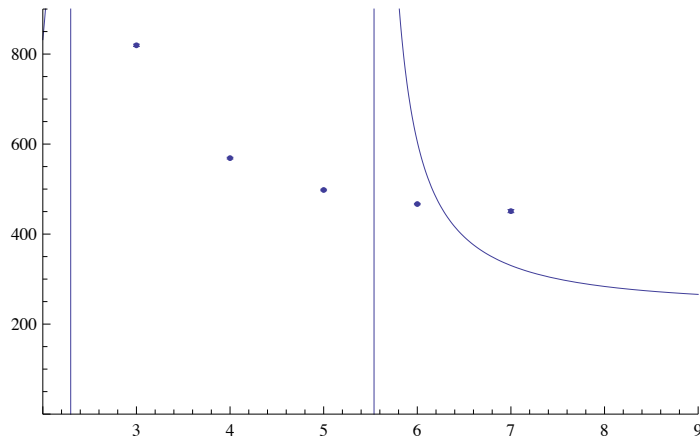
Wiederholen wir den Fit mit fixierter Rydbergenergie, erhalten wir

```
fixfit1 = NonlinearModelFit[QuantityMagnitude[side1],  $\frac{1.2398 * 10^3}{\frac{-13.605}{(m-d)^2} + ep}$ , {d, ep}, m];
```

```
fixfit1[{"BestFit", "ParameterTable"}]
```

		Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
$\left\{ \frac{1239.8}{5.18749 - \frac{13.605}{(-3.91819+m)^2}} \right\}$	d	3.91819	1.07146	3.65685	0.0353228
	ep	5.18749	4.01181	1.29305	0.286564

```
Show[Plot[fixfit1[m], {m, 2, 9}, PlotRange → {{2, 9}, {0, 900}}, errorplot1]
```



Hieraus läßt sich keine sinnvolle Abschätzung für  $\Delta_p$  ermitteln.

## Zweite Nebenserie

Die zugeordneten Wellenlängen sind:

```
side2 = {{7, λ477}, {8, λ456}}
{{7, 475.11 nm}, {8, 455.33 nm}}
```

```
Δside2 = {Δλ477, Δλ456}
{3.1 nm, 1.8 nm}
```

```
fit2 = NonlinearModelFit[QuantityMagnitude[side2],  $\frac{1.2398 \cdot 10^3}{\frac{en}{(m-d)^2} + ep}$ , {en, ep, d}, m,
Weights → QuantityMagnitude[1 / Δside2], VarianceEstimatorFunction → (1 &)];
```

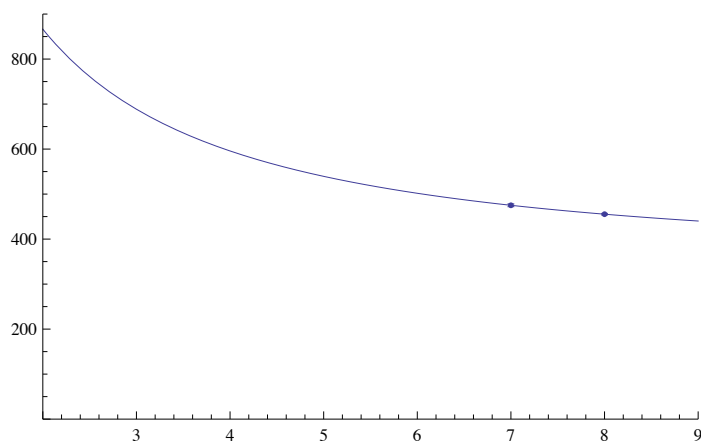
```
fit2["BestFit"]
```

$$\frac{1239.8}{3.53885 - \frac{205.776}{(7.8802+m)^2}}$$

Wir stellen fest, daß hier eine Rydbergenergie bar jeglicher Realität ermittelt wurde. (Die Kurve unten paßt zwar, aber das ist ja bei drei freien Parametern und zwei Meßpunkten keine Kunst.)

```
errorplot2 = ErrorListPlot[Transpose[
{QuantityMagnitude[side2], Map[ErrorBar, QuantityMagnitude[Δside2]]}]]];
```

```
Show[Plot[fit2[m], {m, 2, 9}, PlotRange → {{2, 9}, {0, 900}}, errorplot2]
```

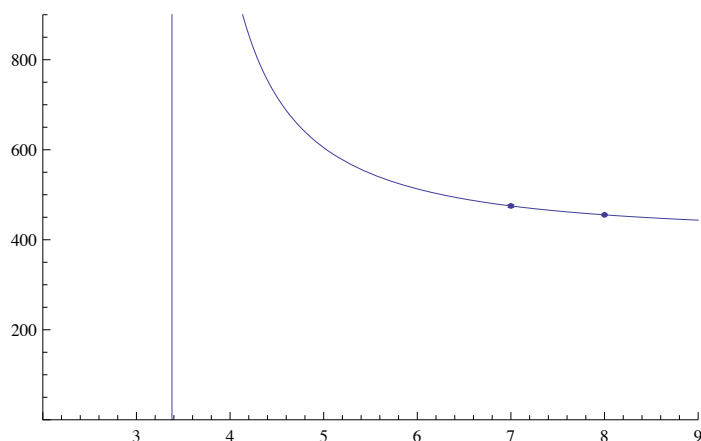


```
fixfit2 = NonlinearModelFit[QuantityMagnitude[side2],  $\frac{1.2398 \times 10^3}{\frac{-13.605}{(m-d)^2} + \text{ep}}$ , {ep, d}, m];
```

```
fixfit2["BestFit"]
```

$$\frac{1239.8}{3.02222 - \frac{13.605}{(-1.25852+m)^2}}$$

```
Show[Plot[fixfit2[m], {m, 2, 9}, PlotRange → {{2, 9}, {0, 900}}, errorplot2]
```



Hier können wir tatsächlich  $\Delta_s$  ablesen:

```
 $\Delta_{s, \text{fitted}} = 1.25852$ 
```

```
1.25852
```

Zum Vergleich:

```
 $\Delta_s \pm \Delta\Delta_s$ 
```

```
1.37144 + ±0.000732719
```