1 Protokoll des vierten Treffens mit Andreas Potschka

Datum:	17.02.2009
Uhrzeit:	16:00-17:45 Uhr
Ort:	IWR, INF 368, Universität Heidelberg
Anwesende:	Andreas Potschka, Nico Ritschel, Jannis Schnitzer

1.1 Ablauf

16:00-ca. 16:30 Uhr: Besprechung der Hausaufgabe: das gegebene System von Differentialgleichungen mit Matlab (bzw. Octave) und dem Euler-Verfahren lösen:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} s \cdot \frac{a^2+b_a}{a+b} - r_a \cdot a \\ s \cdot a^2 - r_b \cdot b + b_b \\ r_c \cdot a - r_c \cdot c \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}$$

Parameter: $b_a = 0.05$, $b_b = 0$, $r_a = 0.004$, $r_b = 0.006$, $r_c = 0.0002$, $s = 0.004$

16:30-16:45 Uhr: Berechnung der Bewegung eines Doppelpendels mithilfe des Euler-Verfahrens und der in der Wikipedia angegeben Formeln.

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \frac{6}{m\ell^2} \frac{2p_{\theta_1} - 3\cos(\theta_1-\theta_2)p_{\theta_2}}{16-9\cos^2(\theta_1-\theta_2)} \\ \frac{6}{m\ell^2} \frac{8p_{\theta_2} - 3\cos(\theta_1-\theta_2)p_{\theta_1}}{16-9\cos^2(\theta_1-\theta_2)} \\ -\frac{1}{2}m\ell^2 \left(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1-\theta_2) + 3\frac{g}{\ell}\sin\theta_1\right) \\ -\frac{1}{2}m\ell^2 \left(-\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1-\theta_2) + \frac{g}{\ell}\sin\theta_2\right) \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ p_{\theta_1} \\ p_{\theta_2} \end{bmatrix} \quad y_0 = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{4} \\ \frac{\pi}{4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bei diesem System kann man feststellen, dass man bei einem zu ungenauen Zeitschritt komplett "falsche" Ergebnisse erhält – das System ist stark chaotisch und sehr aufwändig numerisch zu lösen.

16:45-17:30 Uhr Erklärung der Modellierung von Diffusion

Muster auf Muschelschalen bilden sich dadurch, dass die Kalkschale der Muschel kontinuierlich produziert wird. In dieser "Produktions-Zone" entstehen die Muster durch Diffusion und Reaktion der verschiedenen Pigmentstoffe.

Wir stellen uns die Zone als langes, dünnes Rohr vor, in dem wir an mehreren Punkten die aktuelle Stoffkonzentration messen können.

Wir erarbeiten gemeinsam, dass die Ableitung der Konzentrationsfunktion an einem Punkt wie folgt lautet:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = D\frac{1}{h^2} \cdot (c_{i-1} - 2c_i + c_{i+1})$$

Mithilfe einer *dünn besetzten Matrix (engl: sparse matrix)* können wir somit die ungefähre Ableitung der Konzentrationsfunktion bilden:

$$\frac{\partial c}{\partial t} \approx D\frac{1}{h^2} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & 1 & -2 & 1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & 1 & -2 \end{bmatrix} c$$

Mithilfe dieser Technik verstehen wir nun die partiellen Differentialgleichungen im Buch von Hans Meinhardt. *Siehe auch Beispieldatei `meinhardt.m`.*

1.2 Ausblick

Nun ist die Reihe an uns: Wir können uns nun für eines oder mehrere Unterthemen entscheiden, auf die wir uns dann im Projekt konzentrieren werden.

Nächstes Treffen: 07.04.2009