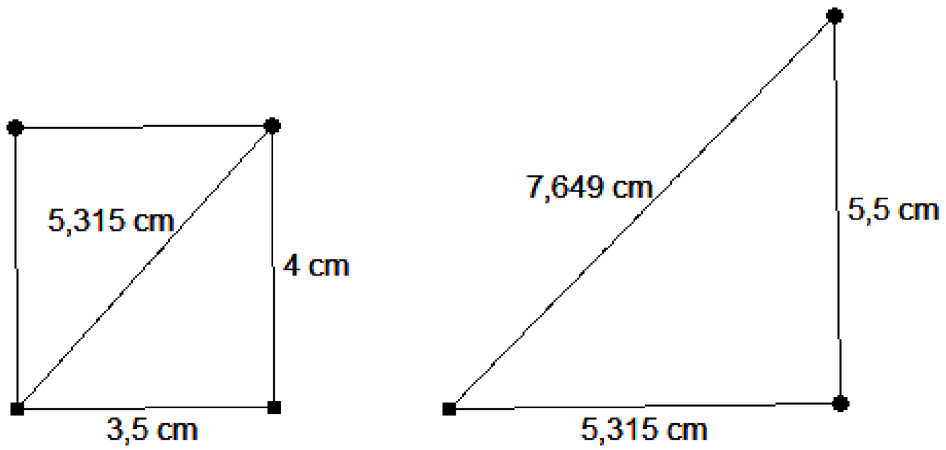
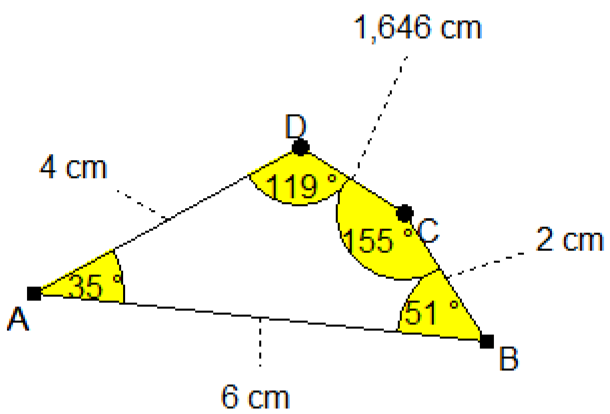
Raumdiagonale

Zeichne zuerst das rechtwinklige Dreieck mit den Seitenlängen 3,5 cm und 4 cm nach dem Kongruenzsatz sws. Die dritte Seite, die man durch die Zeichnung erhält, ist eine Seitenlänge im zweiten rechtwinkligen Dreieck, das außerdem die Seitenlänge 5,5 cm hat. Die dritte Seite ist die gesuchte Raumdiagonale, deren Länge man durch Messen bestimmt.



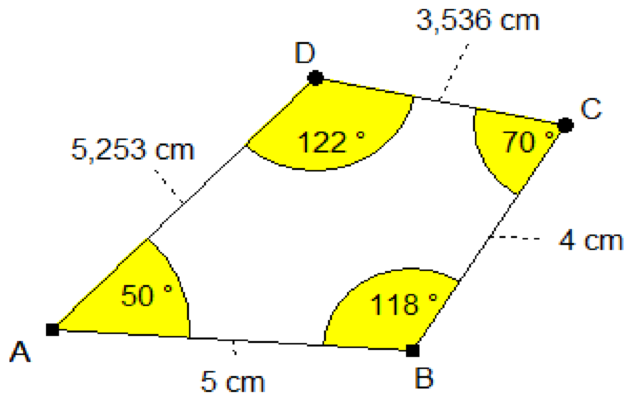
Vierecke konstruieren

a)



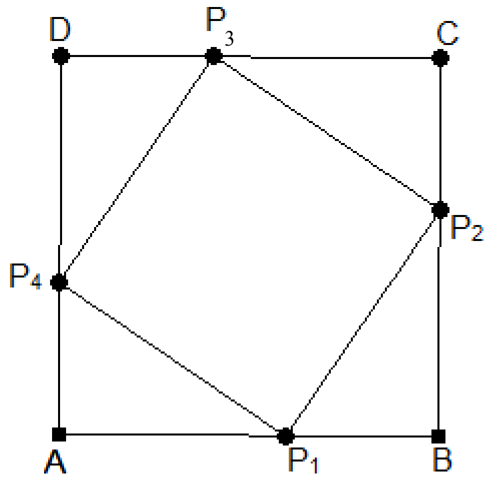
Zeichne zuerst die Seite a = 6 cm. Zeichne dann einen Kreis(bogen) um B mit dem Radius 2 cm und einen Kreis(bogen) um A mit dem Radius 5 cm. Der Schnittpunkt der Kreisbögen ist der Punkt C. Zeichne nun den Winkel $\alpha = 35°$ und trage auf dem Schenkel 4 cm ab. Damit erhält man den Punkt D. Nun verbindet man die Punkte zum Viereck ABCD.

b)



Vor dem Zeichnen berechnet man den vierten Winkel mit a = 360° – (118° + 70° + 122°) = 50°. Zeichne zuerst die Seite a = 5 cm. Zeichne dann den Winkel β = 118°. Trage dann auf dem Schenkel 4 cm ab. So erhält man den Punkt C. Zeichne dann den Winkel g = 70° sowie den Winkel a = 50°. Der Schnittpunkt der beiden Schenkel ergibt den Punkt D und damit das Viereck ABCD.

Beweisen mit Kongruenzsätzen



Zeige, dass das Viereck $P_1P_2P_3P_4$ ein Quadrat ist.

Beweis:
Voraussetzung ist, dass das Viereck ABCD ein Quadrat ist, also gilt: $\alpha=\beta=\gamma=\delta=90°$
Außerdem sind die vier Seiten des Vierecks ABCD gleich lang und damit auch die Abschnitte auf den Seiten.
Es gilt also: $\overline{AP_1}=\overline{BP_2}=\overline{CP_3}=\overline{DP_4}$ und $\overline{P_1B}=\overline{P_2C}=\overline{P_3D}=\overline{P_4A}$

Nach dem Kongruenzsatz sws sind nun die vier Dreiecke P_4AP_1 , P_1BP_2 , P_2CP_3 und P_3DP_4 kongruent. Daraus folgt, dass die vier Seiten des inneren Vierecks gleich lang sind.

Die am Punkt P_1 anliegenden Winkel ergeben zusammen 180°. Da die beiden Winkel der Dreiecke zusammen 90° ergeben (es handelt sich um rechtwinklige Dreiecke, damit sind die beiden anderen Dreiecke zusammen 90°, weil die Winkelsumme 180° beträgt), ist der Winkel im Viereck bei P_1 ein rechter Winkel. Ebenso lässt sich für die anderen Winkel im inneren Viereck argumentieren.

Aus der Tatsache, dass die Seitenlängen und die Winkel des inneren Vierecks gleich sind, ergibt sich, dass es sich um ein Quadrat handelt.

Funktionsbegriff

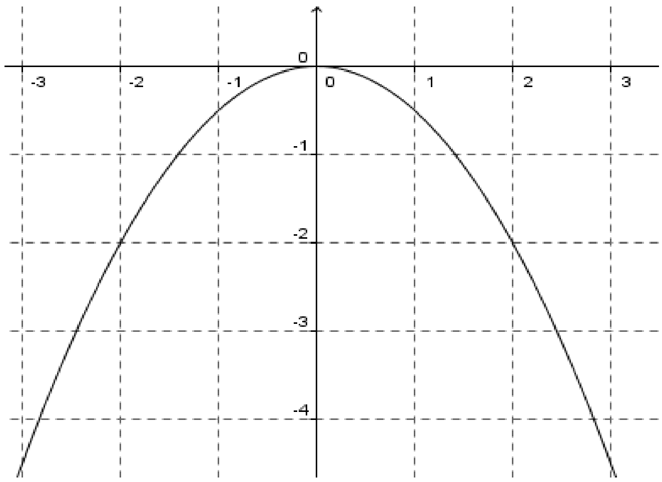
Graphen von Funktionen sind die Graphen a), d) und e), weil jedem x-Wert nur ein y-Wert zugeordnet wird. Bei den Graphen b) und c) werden einigen x-Werten mehrere y-Werte zugeordnet. Es sind also keine eindeutigen Zuordnungen.

Graph einer Funktion zeichnen

a) Wertetabelle und Graph für die Funktion $f(x) = -0{,}5 \cdot x^2$

(über Taste y= Funktionseingabe öffnen, die Funktion -0.5*x^2 eingeben bei y1 und dann mit 2nd Graph die Tabelle aufrufen; jede Zeile ergibt einen Punkt im Koordinatensystem)

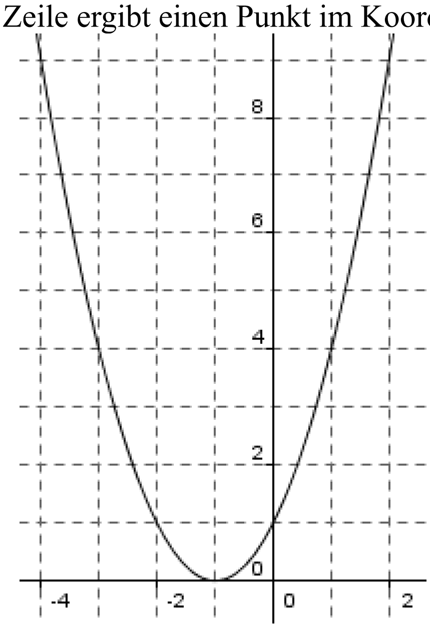
x	y
-3	-4,5
-2	-2
-1	-0,5
0	0
1	-0,5
2	-2
3	-4,5



b) Wertetabelle und Graph für die Funktion $f(x) = (x+1)^2$

(über Taste y= Funktionseingabe öffnen, die Funktion (x+1)^2 eingeben bei y1 und dann mit 2nd Graph die Tabelle aufrufen; jede Zeile ergibt einen Punkt im Koordinatensystem)

x	y
-4	9
-3	4
-2	1
-1	0
0	1
1	4
2	9



Punktprobe

a) x-Wert des Punktes P (3 / 7) in die Funktion $f(x) = 3x - 2$ einsetzen und mit dem y-Wert des Punktes vergleichen

$f(3) = 3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7 \Rightarrow$ P liegt auf dem Graph der Funktion

b) x-Wert des Punktes P (-2 / 3) in die Funktion $f(x)=0{,}5\cdot x^2$ einsetzen und mit dem y-Wert des Punktes vergleichen

$f(-2)=0{,}5\cdot(-2)^2=0{,}5\cdot 4=2\neq 3 \Rightarrow$ P liegt nicht auf dem Graph der Funktion

c) x-Wert des Punktes P (-1 / 9) in die Funktion $f(x)=(x-2)^2$ einsetzen und mit dem y-Wert des Punktes vergleichen

$f(-1)=(-1-2)^2=(-3)^2=9 \Rightarrow$ P liegt auf dem Graph der Funktion

d) x-Wert des Punktes P (3 / 35) in die Funktion $f(x)=2\cdot x^2-1$ einsetzen und mit dem y-Wert des Punktes vergleichen

$f(x)=2\cdot 3^2-1=2\cdot 9-1=18-1=17\neq 35 \Rightarrow$ P liegt nicht auf dem Graph der Funktion

Gleichung einer Parabel ablesen

a) $f(x)=\frac{1}{4}\cdot x^2$, weil z.B. der Punkt P (2 / 1) auf dieser Parabel liegt. Vergleicht man diesen Punkt mit dem passenden Punkt der Normalparabel, nämlich (2 / 4), so sieht man, dass der y-Wert bei der eingezeichneten Parabel um den Faktor vier verkleinert wird, deshalb ergibt sich der Faktor $\frac{1}{4}$ vor dem x^2.

b) $f(x)=-2\cdot x^2$, weil z.B. der Punkt P (1 / -2) auf dieser Parabel liegt. Vergleicht man diesen Punkt mit dem passenden Punkt der Normalparabel, nämlich (1 / 1), so sieht man, dass der y-Wert bei der eingezeichneten Parabel um den Faktor 2 vergrößert wird und außerdem noch ein negatives Vorzeichen dazukommt, deshalb ergibt sich der Faktor -2 vor dem x^2.

Koordinaten ergänzen

a) Hier muss man nur den gegebenen x-Wert des Punktes in die Funktionsgleichung einsetzen.
$f(2)=2{,}5\cdot 2^2=2{,}5\cdot 4=10 \Rightarrow$ Der gesuchte y-Wert ist also 10, P (2 / 10).

b) Hier ist der y-Wert gegeben und man muss zurückrechnen auf den x-Wert.
$0=3\cdot x^2 \;|:3$
$0=x^2 \;|\sqrt{}$
$x=\sqrt{0}=0$
Der gesuchte x-Wert des Punktes ist also 0, P (0 / 0).

c) Hier muss man nur den gegebenen x-Wert des Punktes in die Funktionsgleichung einsetzen.
$f(-1)=-3\cdot(-1)^2=-3\cdot 1=-3 \Rightarrow$ Der gesuchte y-Wert ist also -3, P (-1 / -3).

d) Hier ist der y-Wert gegeben und man muss zurückrechnen auf den x-Wert.
$5=0{,}2\cdot x^2 \;|:0{,}2$
$25=x^2 \;|\sqrt{}$
$x=\sqrt{25}=5 \; oder \; x=-\sqrt{25}=-5$
Der gesuchte x-Wert des Punktes ist also -5, P (-5 / 5).