Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Mathematisches Institut

Prof. Dr. Markus Banagl

D–69120 Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288
Telefon: (06221) 54–5763
Telefax: (06221) 54–8312
email: banagl@mathi.uni-heidelberg.de

ANALYSIS II
ÜBUNGSAUFGABEN 10

DEADLINE: Fr. 26. 6. 2015, 16:00. Abgabe in Paaren.

1. Beweisen oder widerlegen Sie: Sind ω, η geschlossene (bzw. exakte) 1-Formen auf $\mathbb{R}^n$, dann sind auch $\omega + \eta$ und $f \cdot \omega$ geschlossen (bzw. exakt), wobei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine C^1-Funktion ist. ($(\omega + \eta)(x) := \omega(x) + \eta(x)$, $(f \cdot \omega)(x) := f(x) \cdot \omega(x)$.)
2. Seien $U, V \subset \mathbb{R}^n$ offen und $f : U \to V$ ein Homöomorphismus. Zeigen Sie: Ist U einfach zusammenhängend, dann ist auch V einfach zusammenhängend.
3. Beweisen Sie oder widerlegen Sie: Das Vektorfeld $(y, x - y)$ besitzt auf $\mathbb{R}^2$ ein Potential. Geben Sie ein Potential an, falls existent. Wie verhält sich das mit $(y, y - x)$?
4. Sei $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Ist die 1-Form $\omega : \mathbb{R}^3 - \{0\} \to (\mathbb{R}^3)^*$,
$$\omega = \frac{1}{r^2}(xdx + ydy + zdz),$$
exakt? Wenn ja, finden Sie explizit ein $f : \mathbb{R}^3 - \{0\} \to \mathbb{R}$ mit $df = \omega$.

Ein Hinweis der Fachschaft:
Ab sofort bieten wir für Euch eine studentische offene Sprechstunde von Studis für Studis im neuen Fachschaftsraum, in der im persönlichen Rahmen Zeit und Raum für alle Eure Sorgen, Probleme oder Fragen ist. Termine und weitere Infos hier: https://mathphys.fsk.uni-heidelberg.de/w/sos . Wir freuen uns auf Euch!