Institut für Theoretische Physik — Universität Heidelberg
Prof. Dr. Tilman Plehn — Dr. Mario Mitter
Theoretische Physik I: Klassische Mechanik — Wintersemester 2014/2015

8. Übungsblatt

Ausgabe 15.12.2014 – Abgabe 12.01.2015 – Besprechung 19.01.2015

23. Aufgabe [3 Punkte]: Zentralkraft

Unter der Einwirkung von Potentialkräften $\vec{F} = -\nabla V(\vec{x})$ bleibt die Energie erhalten, weshalb diese Kräfte auch konservativ genannt werden. Einen wichtigen Spezialfall der Potentialkräfte stellt die Zentralkraft, in der das Potential von der Form

$$V(\vec{x}) = V(|\vec{x}|)\ ,$$

ist, dar.
Berechnen Sie für eine Punktmasse die zeitliche Änderung des Drehimpulses um den Koordinantenursprung unter Einwirkung einer Zentralkraft.

24. Aufgabe [5 Punkte]: Parabelgleichung

Eine um die y-Achse spiegelsymmetrische Parabel wird durch

$$y = \frac{x^2}{4f} + b\ ,$$

beschrieben. Finden Sie den Brennpunkt dieser Parabel und bestimmen Sie $b(f)$ so, dass sich der Brennpunkt der Parabel im Ursprung $(0, 0)$ befindet. Verwenden Sie die so gewonnene Gleichung um die Parabelgleichung in Polarkoordinaten

$$r = r(\phi, f, b(f))\ ,$$

darzustellen.
[Hinweis: Wird ein Strahl, der parallel zur y-Achse einfällt, an der Tangente an die Parabel gespiegelt, so geht der gespiegelte Strahl durch den Brennpunkt.]

25. Aufgabe [7 Punkte]: Matrizen und Determinanten

Gegeben seien folgende Matrizen:

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\ ,\ D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\ ,\ E = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\ ,\ F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}\ .$$

a) Berechnen Sie die Matrixprodukte CD, DC, EF und FE.

b) Berechnen Sie die Determinanten $\det(E)$, $\det(F)$ und $\det(EF)$.

c) Berechnen Sie die inversen Matrizen E^{-1} und F^{-1} und $(EF)^{-1}$.

26. Aufgabe [5 Punkte]: Drehungen

Die folgenden Matrizen beschreiben jeweils Drehungen um einen Winkel ϕ um eine der Koordinatenachsen (R_1 um die x–Achse, R_2 um die y–Achse, R_3 um die z–Achse):

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} , \ R_2 = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} , \ R_3 = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

a) Bestimmen Sie jenen Vektor, den man erhält wenn man $\vec{x} = (1, 1, 1)$ zunächst um $\phi = 90°$ um die z–Achse und danach um $\phi = 45°$ um die x–Achse dreht ("aktive Transformation"). Erhält man dasselbe Ergebnis, wenn man zuerst die Drehung um die x–Achse und danach die Drehung um die z–Achse vollführt?

b) Wie lauten die Komponenten des Vektors $\vec{x} = (1, 1, 1)$ in einem Koordinatensystem, welches um den Winkel $\phi = 45°$ um die y–Achse gedreht wurde ("passive Transformation")?