Institut für Theoretische Physik | Universität Heidelberg
Prof. Dr. Tilman Plehn | Dr. Mario Mitter

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik | Wintersemester 2013/2014

1. Übungsblatt

Ausgabe 20.10.2014 – Abgabe 27.10.2014 – Besprechung 03.11.2014

1. Aufgabe [6 Punkte]: Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme:

$$
\begin{aligned}
y'(x) &= \sin^2(x) + \log(x) + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \;, \quad y(0) = 0 \;, \\
y'(x) &= y(x)(1 + \tan^2(x)) \;, \quad y(0) = y_0 \;, \\
y'(x) &= -\,x\,y(x) + \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \;, \quad y(0) = 2 \;.
\end{aligned}
$$

2. Aufgabe [8 Punkte]: Harmonischer Oszillator

Die Beschleunigung eines Teilchens in einer Dimension sei gegeben durch

$$a(t) = -a_0 \cos(\omega t) \;.$$

Das Teilchen befinde sich zur Zeit $t_0 = 0$ in Ruhe $v(0) = 0$ bei $x(0) = a_0/\omega^2 + \bar{x}$.

a) Berechnen Sie Position ($x(t)$) und Geschwindigkeit ($v(t)$) des Teilches zum Zeitpunkt $t > 0$.

b) Zeigen Sie, dass $x(t)$ aus a) mit $\bar{x} = 0$ folgende Differentialgleichung löst

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \;.$$

c) Überprüfen Sie, dass sogar jede beliebige Linearkombination aus $\{\cos(\omega t), \sin(\omega t)\}$ eine Lösung dieser Differentialgleichung darstellt und bestimmen Sie die allgemeine Lösung zu den Startwerten $x(0) = x_0$ und $v(0) = v_0$. (Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit Fall a) für $\bar{x} = 0$.)

d) Berechnen Sie die mittlere Position ($\bar{x}(T)$) und Geschwindigkeit ($\bar{v}(T)$) des Teilches im Intervall $[0, T]$ mittels

$$\bar{x}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)dt \;,$$

und analog für $\bar{v}(T)$. Welche Werte ergeben sich für die mittlere Geschwindigkeit und Position im Grenzwert großer Zeitintervalle $T \to \infty$.

3. Aufgabe [6 Punkte]: Sprung ohne Luftwiderstand

Ein Radfahrer fährt mit 72 km/h über eine Sprungschanze (Höhe: 2 m, Absprungwinkel: 30 Grad). Berechnen Sie die Sprungweite (unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes).