Institut für Theoretische Physik | Universität Heidelberg
Prof. Ulrich Schwarz | Thorsten Erdmann
Theoretische Physik III: Elektrodynamik | Wintersemester 2014/2015

5. Übungsblatt

Ausgabe 18-11-2014 – Abgabe 25/26-11-2014 – Besprechung 02/03-12-2014

1. Aufgabe [5 Punkte]: Ränder mit konstanter Ladung

Eine isolierte Metallkugel mit Radius R trägt die Gesamtladung Q. Im Gegensatz zu einer geerdeten Metallkugel kann also keine Ladung zu- oder abfliessen. Zusätzlich zur Ladung Q auf der Kugel befindet sich eine Punktladung q am Ort $\boldsymbol{r_0}$ mit $|\boldsymbol{r_0}| > R$. Leiten Sie für die isolierte Kugel das elektrostatische Potential $\phi(\boldsymbol{r})$ im Außenraum her.
HINWEIS: Zur Lösung können Sie folgende Elemente verwenden: Linearität der elektrostatischen Gleichungen, Methode der Spiegelladungen für die induzierte Ladung, Satz von Gauss für die restlichen Ladungen.

2. Aufgabe [5 Punkte]: Greensche Funktionen in zwei Dimensionen

(a) Leiten Sie die Greensche Funktion der zweidimensionalen Laplace-Gleichung ohne Randbedingungen im Endlichen her. HINWEIS: Benutzen Sie ebene Polarkoordinaten. **[2P]**

(b) Betrachten eine Punktladung q in der x-y-Ebene am Ort $\boldsymbol{\rho} = (x_0, y_0)$, wobei $x_0 > 0$ und $y_0 > 0$. Leiten sie die Greensche Funktion der Punktladung ab für den Fall, dass die positive x- bzw. y-Achse das fest vorgegebene Potential $\phi_0 = 0$ haben und geben Sie das elektrostatische Potential an. **[3P]**

3. Aufgabe [5 Punkte]: Randbedingungen auf Nichtleitern

Betrachten Sie den positiven Halbraum mit $z > 0$, der durch die nicht-leitende x-y-Ebene bei $z = 0$ begrenzt wird, die keine Ladung tragen soll. Berechnen Sie das elektrostatische Feld $\phi(\boldsymbol{r})$, das eine Punktladung q am Ort $\boldsymbol{r_0} = (0, 0, z_0)$ mit $z_0 > 0$ erzeugt. Berechnen Sie das elektrostatische Feld $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ und bestimmen Sie die Kraft, die auf die Ladung wirkt.

4. Aufgabe [5 Punkte]: Numerische Lösung der Poisson-Gleichung in einem Hohlraum

Ein würfelförmiger Hohlraum mit Kantenlänge L sei durch Metallwände begrenzt. Der Würfel werde nun in der Mitte parallel zu zwei Seitenflächen durchgeschnitten, so dass die beiden metallenen Hälften voneinander isoliert sind. An der einen Hälfte wird das Potential $\phi = \phi_0$ angelegt, an der anderen gelte $\phi = 0$.
Berechnen Sie numerisch mit der Methode der finiten Differenzen das Potential im Innern dieser Anordnung. Verwenden Sie dazu ein kartesisches Gitter mit Gitterabstand $d = L/3$. In welchem Bereich der Anordnung wird die numerische Lösung auch bei kleinerem Gitterabstand deutlich von der wahren Lösung abweichen?