



Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

Mathematisches Institut

PROF. DR. MARKUS BANAGL

D-69120 Heidelberg

Im Neuenheimer Feld 288

Telefon: (06221) 54-5763

Telefax: (06221) 54-8312

email:
banagl@mathi.uni-heidelberg.de

ANALYSIS I ÜBUNGSAUFGABEN 3

DEADLINE: Fr. 7. 11. 2014, 16:00.

1. Seien a, b, c, d, e reelle Zahlen, sodass

$$a + b + c + d + e = 8, \quad a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16.$$

Bestimmen Sie den maximalen Wert, den e annehmen kann.

Hinweis: Wenden Sie die Ungleichung von Cauchy-Schwarz auf $a + b + c + d$ an.

2. Summieren Sie

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=j}^n \binom{n}{i} \binom{i}{j}.$$

Hinweis: Ändern Sie die Reihenfolge der beiden Summen. Bestimmen Sie $\sum_{j=0}^i \binom{i}{j}$. Welche kombinatorische Interpretation lässt dieser Ausdruck zu? Wenden Sie dann den binomischen Lehrsatz an.

3. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil folgender komplexer Zahlen:

$$\frac{(2+i)(3+2i)}{1-i}, \quad \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4.$$

4. Beschreiben Sie die Menge aller Punkte z in der komplexen Ebene, die folgende Relationen erfüllen:

- (a) $|z - i| \leq 1$,
- (b) $|(z - 1)(z + 1)^{-1}| = 1$,
- (c) $z^{-1} = \bar{z}$,
- (d) $|z - 2| > |z - 3|$.