

Experimentalphysik IV (PEP4)

Dozent. Prof. S. Jochim

Übung 8

Abgabe am Dienstag, den 10.6.2014, 11:00 Uhr

Aufgabe 1: Relation von Symmetrie und Energie der Zweielektronen-Wellenfunktion (5P)

Elektronen sind Fermionen für die die Gesamtwellenfunktion Ψ antisymmetrisch bezüglich Vertauschung zweier Elektronen sein muss. Ψ kann als Produkt der Ortswellenfunktion $\psi(\vec{r})$ und Spinwellenfunktion χ dargestellt werden. Bei zwei Elektronen gilt:

$$\Psi(1,2) = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot \chi(1,2).$$

- a) Was muss für die Symmetrie der Orts- und Spinwellenfunktion gelten?
- b) Zur Ortswellenfunktion:
 1. Geben Sie, wenn möglich, die symmetrische und antisymmetrische Ortswellenfunktionen an für den Fall, dass beide Elektronen im selben Orbital sind $(\psi_a(\vec{r}_1), \psi_a(\vec{r}_2))$, bzw. in unterschiedlichen Orbitalen sind $(\psi_a(\vec{r}_1), \psi_b(\vec{r}_2))$.
 2. Die Energie der Zustände aus zwei Elektronen ohne Berücksichtigung ihrer Abstoßung sei E_{aa} bzw. E_{ab} . Zeichnen Sie ein Energieschema wie es aus der Energiekorrektur dieser Energien durch die e^-e^- -Wechselwirkung folgt. Wie interpretieren Sie die unterschiedlichen Energien für die symmetrische und die antisymmetrische Ortswellenfunktionen?
Hinweis: wie in der Vorlesung gezeigt sei die Energiekorrektur durch das „direkte Integral“ J , und durch das „Austauschintegral“ K .
- c) Zur Spinfunktion: Unser System besteht aus zwei Spins mit den Eigenzuständen des Gesamtspins $|S, M_S\rangle$ mit $S = 0, 1$ und $M_S = -S, \dots, S$.
Stellen Sie diese Zustände in der Basis der Einzelspinzustände dar.
Ordnen Sie die Spinzustände den entsprechenden Ortsfunktionen und den Energieniveaus im Energieschema zu.
- d) Bei der $1s2p$ -Konfiguration des Heliumatoms gibt es einen Zustand der mit 1P_1 und weitere, die mit 3P_0 , 3P_1 und 3P_2 bezeichnet werden. Was bedeuten diese Bezeichnungen?

Aufgabe 2: Termschema des Natrium Atoms (3P)

a) Bestimmen Sie die Energien des Valenzelektrons für den Grundzustand ($n = 3$) und den angeregten Zustand ($n = 4$). Die Energieniveaus des Valenzelektrons im Na-Atom lassen sich in guter Näherung durch den Ausdruck

$$E_n = \frac{-R_\infty}{[n - \Delta_{n,l}]^2}$$

beschreiben (R_∞ : Rydbergkonstante). Für den Quantendeffekt $\Delta_{n,l}$ wurde $\Delta_{n,l} \approx 1.37$ ($l = 0$), 0.88 ($l = 1$), 0.01 ($l = 2$), 0.0 ($l = 3$) unabhängig von n (bei der angegebenen Genauigkeit) gemessen.

b) Zeichnen Sie das Energieschema ($n = 3, 4$ und alle möglichen l) und vergleichen Sie mit den Energien des Wasserstoffatoms für $n = 3$ und $n = 4$. Wie erklären Sie die Unterschiede?

Aufgabe 3: Clebsch-Gordan Koeffizienten (4P)

Für ein Zweiteilchensystem werden die Gesamtdrehimpulszustände $|J, M_j\rangle$ in der Darstellung der Basiszustände $|j_1, m_{j_1}, j_2, m_{j_2}\rangle$ gesucht.

Geben Sie die Eigenfunktionen für alle möglichen Gesamtdrehimpulse J für folgende Fälle an: $j_1 = 1/2$, $j_2 = 1/2$ und $j_1 = 1$, $j_2 = 1$.

Die notwendigen Tabellen für Clebsch-Gordan Koeffizienten finden Sie z.B. unter http://en.wikipedia.org/wiki/Table_of_Clebsch-Gordan_coefficients