Experimentalphysik IV (PEP4)

Dozent. Prof. S. Jochim

Übung 5

Abgabe am Montag, den 19.5.2014 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (3P):

Der Drehimpuls des Elektrons kann durch den Einstein-de-Haas-Effekt sichtbar gemacht werden. Eine lange, dünne Eisennadel (L = 100 mm, r = 3 mm) ist an ihrem Ende an einem dünnen Quarzfaden aufgehängt. Die Eisennadel befinde sich in einem starken magnetischen Feld, das entlang ihrer Achse (und des Fadens) gerichtet ist und das durch eine stromdurchflossene Spule erzeugt wird. Ist das Magnetfeld hinreichend stark, so sind in einem ferromagnetischen Material wie Eisen alle Spins der Elektronen parallel zu $\boldsymbol{B}$ ausgerichtet (ein aktives Elektron pro Atom). Man kehrt nun den Strom und damit die Magnetfeldrichtung um. Schätzen Sie die sich ergebende Rotationsgeschwindigkeit der Nadel ω_{Nadel} ab. Dichte von Eisen: 7,9 g/cm^3.

Aufgabe 2 (4P): Relativistische Korrektur für das Kastenpotential

In der Vorlesung haben Sie mithilfe der zeitunabhängigen Störungstheorie erster Ordnung eine Korrektur der Energieniveaus des H-Atoms durch die relativistische Massenzunahme berechnet.

a) Bestimmen Sie diese Korrektur für ein Teilchen im unendlich tiefen Kastenpotential mit der Breite *d*, ausgehend von den aus früheren Übungen bekannten Eigenzuständen und Eigenenergien, und verwenden Sie als relativistischen Korrekturterm

$$\Delta E_{rel} = -\frac{1}{8}\frac{(\hat{p}\,c)^4}{(m\,c^2)^3}$$

b) Damit das Ergebnis eine gute Näherung für die tatsächlichen Energieeigenzustände ist, muss $\frac{\Delta E}{E_n} \ll 1$ sein. Was bedeutet das für die Größe der Box *d*? Setzen Sie für n=1 die Masse des Elektrons ein und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Bohrschen Radius.
c) Betrachten Sie die Skalierung Ihres Ergebnisses mit der Quantenzahl n und vergleichen Sie diese mit der Skalierung mit n, die man beim H-Atom erhält. Können Sie den Unterschied erklären?

Aufgabe 3 (5P): Kopplung von Spin und Bahndrehimpuls

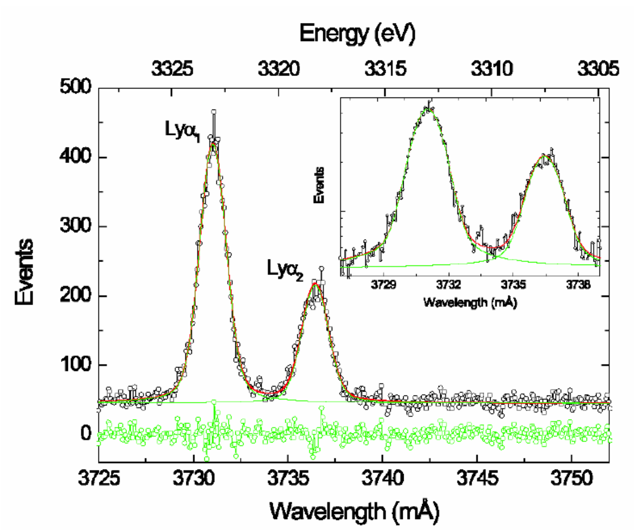
a) Berechnen Sie für ein $2p$ Elektron im Wasserstoff und für die verschiedenen Möglichkeiten der Kopplung von $\vec{\ell}$ und $\vec{s}$ zu $\vec{j}$ die jeweilige Änderung V_{ls} der Energie (in eV, GHz und cm^{-1})

$$V_{ls} = \frac{1}{2m^2c^2}\frac{e^2 Z}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left\langle\frac{1}{r^3}\right\rangle\cdot\vec{L}\vec{S} \quad \text{mit} \quad \left\langle\frac{1}{r^3}\right\rangle = 1/3\cdot(Z/na_0)^3 \text{ für 2p-Elektronen.}$$

Zeigen Sie, dass die Wechselwirkungsenergie V_{ls} von der Größenordnung $\alpha^2 R_y$ ist. Hier ist α die Feinstrukturkonstante und R_y die Rydbergenergie.

b) Schätzen Sie das Magnetfeld ab, das zu der oben berechneten Feinstrukturaufspaltung führt.

c) Anwendung auf die Lyman-α Linie:
Die Lyman Serie des Wasserstoffspektrums wurde 1906 von Lyman entdeckt. Die Lyman-α Linie findet Anwendung in der Astronomie und die präzise Messung ihrer Frequenz ist immer noch Gegenstand aktiver Forschung.
c1) Schätzen Sie unter Vernachlässigung der Feinstrukturterme die Wellenlänge des möglichen Übergangs von n = 2 nach n = 1, der Lyman-α Linie ab.
c2) Die Wellenlänge der Lyman-α Linie ist 121,56709 nm. Berechnen Sie mithilfe der Ergebnisse aus Teil b) die zwei Wellenlängen des der Lyman-α Dubletts.
c3) Der Wasserstoffkern wird nun ersetzt durch einen Kern mit Ladungszahl Z. Wie sollte sich die mittlere Wellenlänge des Lyman-α Übergangs mit Z ändern? Wie variiert die Energieaufspaltung mit Z? Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den beigefügten Spektren von Ar^{17+} und U^{91+}.



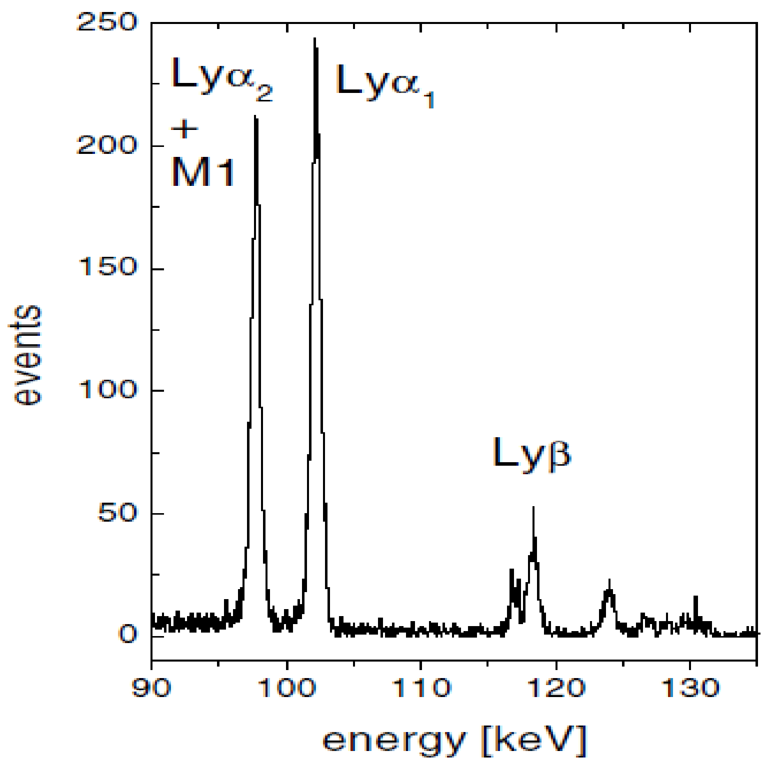


Abbildung 1: Lyman-α Dublett der wasserstoffähnlichen Ionen und Ar^{17+} (oben) und U^{91+} (unten). Das Ar^{17+} Spektrum wurde am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg gemessen.