

# Experimentalphysik IV (PEP4)

Dozent. Prof. S. Jochim

## Übung 3

Abgabe am Montag, den 5.5.2014 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1: Wasserstoff-Wellenfunktion (4P)

- Skizzieren Sie den Radialanteil für den  $1s$ -Zustand im Wasserstoff ( $n = 1, l = 0$ ). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Elektron in diesem Zustand im Abstand  $r$  vom Kern zu finden? Wie lautet das Ergebnis für den  $2s$ -Zustand ( $n = 2, l = 0, 1$ ).
- Berechnen Sie den Radius maximaler Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte  $P_{max}$  und den Erwartungswert  $\langle r \rangle$ .
- Diskutieren Sie den Unterschied zwischen der maximalen Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte  $P_{max}$  und dem Erwartungswert der radialen Koordinate  $\langle r \rangle$ . Vergleichen Sie die Ergebnisse für  $\langle r \rangle$  und  $P_{max}$  mit dem Bohrschen Atommodell (siehe z.B. Demtröder 3, S.108, 4. Auflage).

### Aufgabe 2: Kreisbahnen im Wasserstoffatom und Rydbergatom (4P).

Für die Bahndrehimpulsquantenzahl der Wasserstoffzustände mit maximalem Drehimpuls gilt  $\ell = n - 1$ . Der radiale Anteil der Wellenfunktion für diese Zustände ist gegeben durch

$$R_{n,\ell=n-1} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{na_0}{2}\right)^{2n+1} (2n)!}} \cdot e^{-\frac{r}{na_0}} \cdot r^{n-1}$$

- Bestimmen Sie die Erwartungswerte  $\langle r \rangle$ ,  $\langle r^2 \rangle$  und die relative Unschärfe des Bahnradius  $\Delta r / \langle r \rangle$  (mit  $\Delta r^2 = \langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2$ ). Wie entwickelt sich die relative Unschärfe des Bahnradius für  $n \rightarrow \infty$  (Bedeutung) ?
- Berechnen Sie den Bahnradius und die Unschärfe für ein Rydbergatom mit  $n = 50$ ,  $l = 49$  und vergleichen Sie diese Zahlen mit den Vorhersagen des Bohrschen Atommodells.

Hinweis:  $\int e^{-\frac{bx}{n}} x^m dx = -\left(\frac{n}{b}\right)^{m+1} e^{-\frac{bx}{n}} (m! + x \cdot (\text{Polynom in } x))$

Zur Bedeutung der Rydbergatome für aktuelle Fragen der Physik weisen wir auf das physikalische Kolloquium am Freitag, den 02.05.2014 um 17:00 Uhr c.t., KIP, INF 227, Otto-Haxel-Hörsaal

"Simulating dipolar energy transport with giant atoms" (Dr. Shannon Whitlock)

### Aufgabe 3: *p*-Orbitale (2P)

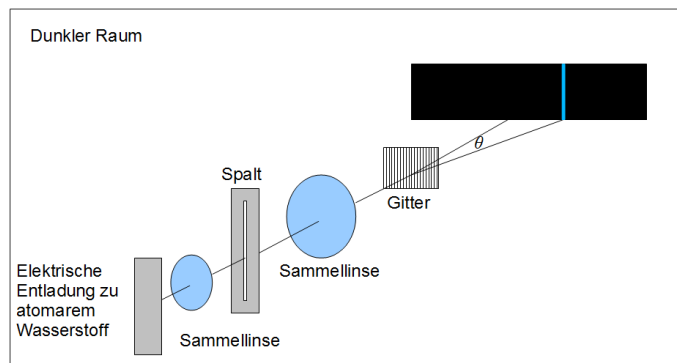
Der Winkelanteil der Wellenfunktionen des Wasserstoffs ist durch die Kugelflächenfunktionen  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  gegeben. Da für gegebene Bahndrehimpulsquantenzahl  $\ell$  die  $m$ -Zustände im feldfreien Fall entartet sind ist auch jede Überlagerung der Eigenfunktionen eine zeitunabhängige Lösung. Betrachten Sie die beiden Funktionen

$$Y_{1x}(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{11}(\vartheta, \varphi) - Y_{1-1}(\vartheta, \varphi)]$$

$$Y_{1y}(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{11}(\vartheta, \varphi) + Y_{1-1}(\vartheta, \varphi)]$$

- Sie messen  $\hat{L}^2$ . Welche Werte finden Sie?
- Sie messen  $\hat{L}_z$ . Welche Werte können Sie mit welcher Wahrscheinlichkeit finden? Was ist der Erwartungswert von  $\hat{L}_z$ ?
- Skizzieren Sie die Winkelabhängigkeit der Funktionen. Schreiben Sie das Ergebnis auch in kartesischen Koordinaten. Vergleichen Sie die Dichteverteilungen mit der für  $Y_{10}$ .

### Aufgabe 4: (2P)



Das Emissionsspektrum des Wasserstoffatoms wird mit einem Beugungsgitter (Gitterkonstante  $2 \mu\text{m}$ ) aufgenommen. Eine Linie der Balmer-Serie wird in der zweiten Ordnung unter einem Winkel  $\theta = 29^\circ 5'$  beobachtet.

- Welche Quantenzahl hat der angeregte Zustand, von dem der Übergang ausgeht?
- Welche Auflösung (als Strichzahl) muss ein Beugungsgitter mindestens haben, wenn die ersten 30 Spektrallinien der Balmer-Serie des Wasserstoffatoms im Beugungsspektrum erster Ordnung aufgelöst werden sollen?