Experimentalphysik IV (PEP4)

Dozent. Prof. S. Jochim

Übung 2

Abgabe am Montag, den 28.4.2014 vor der Vorlesung

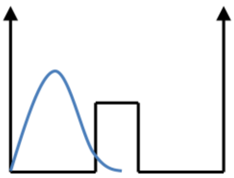
Aufgabe 1: Bewegung im Zwei-Niveau-System (4P)

(Fortsetzung der Aufgabe 3 des 1. Übungsblattes) .
Wir haben gesehen, dass für das Doppelmuldenpotenzial folgende Eigenzustände existieren:

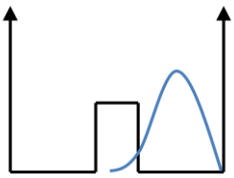
$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle) \quad \text{und} \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle)$$

Wobei:

$|L\rangle =$



$|R\rangle =$



a) Wie entwickeln sich die Eigenzustände in der Zeit?

b) Nun sei das Teilchen zur Zeit $t = 0$ im Zustand $|\Psi(0)\rangle = |R\rangle$ präpariert. Welche Form hat der Zustand $|\Psi(t)\rangle$ in der Basis $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ als Funktion der Zeit?
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen nach der Zeit t im Zustand $|R\rangle$ zu finden?

c) Die Bewegung in diesem Zweiniveausystem folgt aus der Kopplung der Zustände $|L\rangle$ und $|R\rangle$, die durch die Nichtdiagonalelemente J in der Hamiltonmatrix (siehe Aufgabe 3, 1. Übung) beschrieben wird. Wie muss das Doppelmuldenpotential aussehen, damit die Kopplung verschwindet ($J \to 0$)? Zeigen Sie, dass dann $|L\rangle$ und $|R\rangle$ entartete Eigenzustände sind und dass jede beliebige Linearkombination dieser Zustände wieder ein Eigenzustand ist.

Aufgabe 2: Der Wasserstoffgrundzustand (4P)

Man kann die Größenordnung der Energie des Wasserstoffgrundzustands abschätzen.

a) Addieren Sie dazu die Coulomb-Energie E_C eines Elektrons, das sich im Abstand r vom Kern aufhält und seine kinetische Energie E_k. Nehmen Sie an, dass die Größenordnung der Ortsunschärfe $\Delta r = r$ ist und daher die Impulsunschärfe von der Größenordnung $p \approx\geq \hbar/\Delta r$. Bestimmen Sie dann den Wert von r_0 bei dem die Gesamtenergie minimal ist.

b) Vergleichen Sie r_0 und die resultierende Bindungsenergie mit dem Bohr'schen Radius und der Energie des Grundzustands des Wasserstoffatoms.

Aufgabe 3: Kugelflächenfunktionen (4P)

a) Stellen Sie die Kugelflächenfunktionen für $\ell = 2$, ($Y_{lm} = 2$, $m = 0, 1, 2$) grafisch dar (z.B. durch Auftragen von $|Y_{lm}(\vartheta)|^2$ in Polarkoordinaten mit einem Plotprogram).

b) Zeigen Sie, dass die Addition der Wahrscheinlichkeitsdichten für die erlaubten Werte der Quantenzahl m ($\ell = 1$) zu einer kugelsymmetrischen Dichteverteilung führt.