PEP 3 – Übungsblatt 3 – WS 2013/2014

Besprechung am 7./8. November 2013

3.1 Lupe (10)

Ein Botaniker verwendet eine Konvexlinse der Brechkraft 12 dpt. als Lupe und betrachtet mit ihr ein Blatt. Wie hoch ist die Winkelvergrößerung, d.h. der Blickwinkel, unter dem das Objekt mit Lupe erscheint verglichen mit dem Blickwinkel ohne Lupe bei 25 cm Objektabstand vom Auge,

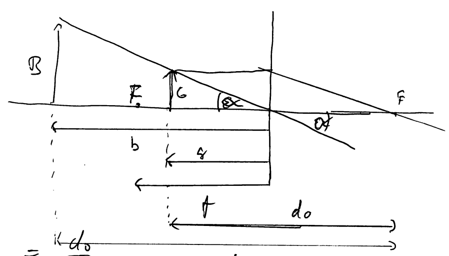
(a) wenn das Endbild im Unendlichen liegt?

(b) wenn das Endbild in 25 cm Abstand liegt?

Hinweis: Die Brechkraft D einer Linse ist der Kehrwert ihrer Brennweite in Metern und wird in der Maßeinheit Dioptrien (dpt.) angegeben. Die Winkelvergrößerung ist der Quotient aus dem Blickwinkel, unter dem das Objekt mit Lupe erscheint, und dem Blickwinkel ohne Lupe bei 25 cm Objektabstand vom Auge.

Lösung:

3.1. Lupe



$$\tan \alpha_0 = \frac{G}{d_0}$$

$$\tan \alpha_L = \frac{B}{b} = \frac{G}{g}$$

$$V_\alpha = \frac{\alpha_L}{\alpha_0} \approx \frac{\tan \alpha_L}{\tan \alpha_0} = \frac{G/g}{G/d_0} = \frac{d_0}{g}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \rightsquigarrow \frac{1}{g} = \frac{b-f}{bf} \rightsquigarrow V_\alpha = d_0\left(\frac{b-f}{bf}\right)$$

a) $V_\alpha \underset{b \to -\infty}{\longrightarrow} d_0 D = 3$ $\quad\left|\begin{array}{l} b \to -\infty \\ g \to f \\ L \to \infty \end{array}\right.$

b) $V_\alpha \to 4$ $\quad\left|\begin{array}{l} b = 25\,\text{cm} \\ g = 6.25\,\text{cm} \\ L = 43.75\,\text{cm} \end{array}\right.$

3.2 Dispersion und chromatische Aberration (10)

Die chromatische Aberration einer Linse wird durch die Dispersion verursacht.

(a) Zeigen Sie, daß eine geringe Änderung der Brechzahl des Linsenmaterials eine geringe Änderung df der Brennweite zur Folge hat, für die gilt: $df/f \approx -dn/(n-1)$.

(b) Berechnen Sie mit dieser Beziehung die Brennweite einer dünnen Linse für blaues Licht (mit $n_{\text{blau}} = 1.53$), wenn für rotes Licht (mit $n_{\text{rot}} = 1.47$) ihre Brennweite 20 cm beträgt.

Lösung:

(a) $\dfrac{1}{f} = (n-1)\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) = (n-1)\dfrac{1}{C}$

$f = C(n-1)^{-1}$ Ableiten nach n:

$$\frac{df}{dn} = \frac{d}{dn}\left[C(n-1)^{-1}\right] = -C(n-1)^{-2} = \frac{f(n-1)^{-2}}{(n-1)^{-1}} = -\frac{f}{n-1}$$

$$\frac{df}{f} = -\frac{dn}{n-1}$$

(b) Wir nähern die Differentiale durch die Differenzen an:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\delta n}{n-1}, \Delta f = -\frac{f\Delta n}{n-1}$$

Es gilt: $f_{\text{blau}} = f_{\text{rot}} + \Delta f$.

$$f_{\text{blau}} = f_{\text{rot}}\left(1 - \frac{\Delta n}{n_{\text{rot}} - 1}\right) = 17.5cm.$$

3.3 Interferenz (10)

Licht der Wellenlänge $\lambda = 500$ nm fällt senkrecht auf eine Seifenblasenhaut, welche aus einer $y = 10^{-4}$ cm dicken Wasserschicht besteht. Die Brechzahl des Wassers ist $n_W = 1.33$.

(a) Welche Wellenlänge hat das Licht im Wasser?

(b) Ein Strahl passiert die Wasserschicht und wird an der inneren Grenzfläche wieder zurückreflektiert. Wie viele Wellenlängen entfallen auf die im Wasser zurückgelegte Gesamtstrecke $2y$?

(c) Wie groß ist die Phasendifferenz zwischen der an der Luft-Wasser-Grenzfläche reflektierten Welle und der Welle, die an der unteren Wasser-Luft-Grenzfläche reflektiert wurde und außerdem im Wasser die Strecke $2y$ zurücklegte?

Lösung:

(a) Wellenlänge im Wasser: $\lambda_n = \dfrac{\lambda}{n} = 376nm.$

(b) Anzahl der Wellenlängen j ist der Quotient aus der Weglänge $2y$ und der Wellenlänge λ_n.

$$j = \frac{2y}{\lambda_n} = 5.32$$

(c) Die Phasendifferenz δ ergibt sich aus der der Phasendifferenz $\delta_{\text{Refl.}}$ aufgrund der Reflexion am optisch dichteren Medium (Strahl 1) und der Phasendifferenz $\delta_{\text{zus.Weg}}$ infolge der im Wasser zurückgelegten Wegstrecke $2y$ (Strahl 2). Beide Phasendifferenz werden voneinander abgezogen:

$\delta = \delta_{\text{zus.Weg}} - \delta_{\text{Refl.}} = 2\pi \cdot 5.32 - \pi = 9.64\pi = 0.36\pi$. Der letze Wert ergibt sich durch Subtraktion des Ergebnisses von 10π.

3.4 Beugung (10)

Ein menschliches Haar hat einen Durchmesser von etwa 70 μm. Nehmen Sie an, ein Haar wird mit Licht aus einem Helium-Neon-Laser ($\lambda = 632.8$ nm) beleuchtet und das am Haar gebeugte Licht auf einem 10 m entfernten Schirm betrachtet. Welchen Abstand von der Mitte hat hier das erste Beugungsmaximum? *Hinweis:* Das Beugungsmuster bei einem Haar mit Dicke d gleicht dem bei einem Einzelspalt der Breite $a = d$, siehe Babinetsches Theorem.

Lösung: Haardurchmesser: a, Entfernung Schirm: l. Abstand erstes Beugungsmaximum von der Mitte des Musters: Δy.

Die Bedingung für das Auftreten von Beugungsmaxima lautet: $a \sin\theta = (m + \frac{1}{2}\lambda)$.

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{a}\right).$$

Ort auf Schirm: $\Delta y = l \tan\theta$, Einsetzen liefert

$$\Delta y = l \tan\sin^{-1}\left(\frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{a}\right) = 13.6cm.$$