PEP 3 – Übungsblatt 2 – WS 2013/2014

Abgabe am 31. Oktober 2013

2.1 Polarisation (10)

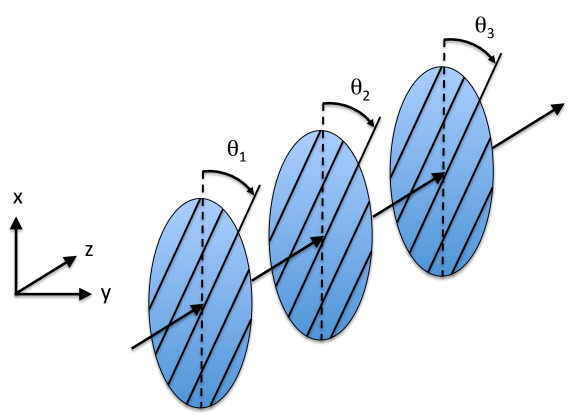
Anfänglich unpolarisiertes Licht wird durch drei Polarisationsfilter geschickt, deren Polarisationsrichtungen unter den Winkeln $\theta_1 = 0°, \theta_2 = 45°, \theta_3 = 90°$ zur z-Achse stehen.

(a) Welche Anteile der jeweils einfallenden Intensitäten gelangen durch die einzelnen Filter?

(b) Wie groß ist die Gesamttransmission T der Anordnung?

(c) Wie ändert sich die Gesamttransmission T, wenn das mittlere Filter entfernt wird?

(d) Die letzten beiden Filter werden durch N Filter ersetzt, die jeweils um den Winkel $\pi/(2N)$ gegenüber dem vorherigen gedreht sind. Finden Sie einen Ausdruck für die Gesamttransmission $T(N)$ der Anordnung. Berechnen Sie $T(10)$ und $T(100)$. Was erwarten Sie für $N = \infty$?



Lösung:

(a) Das einfallende Licht kann in Polarisationskomponenten der elektrischen Feldtärke entlang der $x-$ und $y-$Achse zerlegt werden. Unpolarisiertes Licht hat im Mittel gleiche Anteile entlang beliebiger Achsen. Die Transmission des ersten Filters ist daher 50% (siehe Halliday, Ed. Vol 1., p).

Einzelfilter: $E_t = E_0 \cos(\Delta\theta_i), I_t = I_0 \cos(\Delta\theta_i)^2, T = \dfrac{I_t}{I_0} = \cos(\Delta\theta_i)^2$

(b) Gesamttransmission $T = 0.5 \cdot \cos(45°)^2 \cos(45°)^2 = 1/8 = 0.125$.

(c) Ohne das mittlere Filter: $T = 0.5 \cos(90°)^2 = 0$.

(d) $T(N) = 0.5 \cos^{2N}(\pi/(2N))$

$T(10) = 0.39$

$T(100) = 0.49$

$T(\infty) = 0.5$.

Stichwort: optischer Quanten-Zeno-Effekt, siehe
http://de.wikipedia.org/wiki/Quanten-Zeno-Effekt.

2.2 Zirkulare Polarisation (10)

Eine zirkular polarisierte Welle nennt man links-zirkular polarisiert, wenn die Endpunkte des elektrischen Feldvektors auf einer Rechtsschraube liegen für den Fall, daß man *in* Ausbreitungsrichtung schaut. Schaut man *gegen* die Lichtrichtung, also auf die Lichtquelle hin, durchläuft $\vec{E}$ ein Linksschraube.

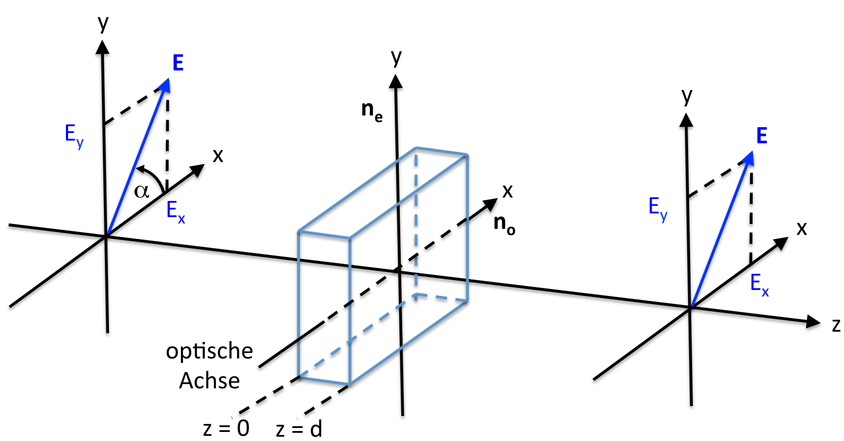
(a) Betrachten Sie folgende Welle:

$\vec{E} = E_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_x + E_0 \sin(kz - \omega t + \phi)\vec{e}_y.$

Der Winkel ϕ betrage zunächst $\pi/2$. In welchem Drehsinn ist die Welle zirkular polarisiert? Wie lautet der entsprechende Ausdruck für eine im gegenläufigen Sinn zirkular polarisierte Welle?

(b) Eine Möglichkeit, zirkular polarisiertes Licht zu erzeugen, ist die Verwendung einer sog. $\lambda/4$-Platte. Wie in der Abbildung dargestellt, läuft linear polarisiertes Licht entlang der z-Achse durch einen doppelbrechenden Kristall, dessen optische Achse parallel zur x-Achse liegt. Welcher Winkel α zwischen Polarisationsrichtung und optischer Achse muß für die Erzeugung zirkular polarisierten Lichts eingestellt werden? Wie dick (d) muss die $\lambda/4$-Platte sein bei der Verwendung eines Quarzkristalls (n_o= 1.5442, n_e = 1.5533) und der Wellenlänge λ = 631 nm?

(c) Die Platte wird nun durch eine Quarzkristallplatte ersetzt, die eine Phasenverschiebung zwischen dem ordentlichen und dem außerordentlichen Strahl von 180° (Gangunterschied $\lambda/2$) erzeugt. Welche Polarisation erhält man nun hinter der Platte als Funktion von α?



Lösung:

(a) $\vec{E}(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_x + E_0 \cos(kz - \omega t)\vec{e}_y$

$\vec{E}(t=0, z=0)$ zeigt entlang $\vec{e}_y$,

$\vec{E}(t=0, z=\lambda/4)$ zeigt entlang $\vec{e}_x$,

$\vec{E}(t=0, z=\lambda/2)$ zeigt entlang $-\vec{e}_y$,

$\vec{E}(t=0, z=3/4\lambda)$ zeigt entlang $-\vec{e}_x$,

also rechts-zirkular polarisiert.

$\phi = \pi/2, \vec{E}(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_x - E_0 \cos(kz - \omega t)\vec{e}_y$, ist links-zirkular polarisiert.

(b) Feldstärke allgemein für linear polarisiertes Licht.

$\vec{E}(\alpha) = E_0 \cos(\alpha)\sin(kz - \omega t)\vec{e}_x + E_0 \sin(\alpha)\sin(kz - \omega t)\vec{e}_y$

Hinter dem Kristall ($z = d$):

$\vec{E}(\alpha, z=d) = E_0 \cos(\alpha)\sin(kn_e d - \omega t)\vec{e}_x + E_0 \sin(\alpha)\sin(kn_0 d - \omega t)\vec{e}_y$

Für zirkulare Polarisation gilt:

- beide Komponenten haben gleiche Amplitude, $E_0 \cos(\alpha) = E_0 \sin(\alpha) \rightarrow \alpha = 45°$.

- Phasendifferenz $\phi = \pi/2$, Gangunterschied $\lambda/4$.

$kn_e d_{\lambda/4} - kn_o d_{\lambda/4} = \pi/2 \rightarrow d_{\lambda/4} = \dfrac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = 17.3\,\mu m$.

Feld beim Austritt aus dem Kristall:

$\vec{E}(z=d) = \dfrac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(kn_0 d_{\lambda/4} - \omega t)\vec{e}_x + \dfrac{E_0}{\sqrt{2}}\sin(kn_0 d_{\lambda/4} - \omega t)\vec{e}_y$.

(c) Wiederum der Ansatz für linear polarisiertes Licht:

$\vec{E}(\alpha) = E_0 \cos(\alpha)\sin(kz - \omega t)\vec{e}_x + E_0 \sin(\alpha)\sin(kz - \omega t)\vec{e}_y$

Nach Durchgang durch den Kristall besteht ein Phasenunterschied von $(kn_o - kn_e)d_{\lambda/2} = \pi$ zwischen beiden Komponenten.

$\vec{E}(\alpha, z=d) = E_0 \cos(\alpha)\sin(kn_e d_{\lambda/2} - \omega t)\vec{e}_x + E_0 \sin(\alpha)\sin(kn_0 d_{\lambda/2} - \omega t)\vec{e}_y$ und damit

$\vec{E}(\alpha, z=d) = E_0 \cos(\alpha)\sin(kn_0 d_{\lambda/2} - \omega t)\vec{e}_x - E_0 \sin(\alpha)\cos(kn_0 d_{\lambda/2} - \omega t)\vec{e}_y$

Damit hat man wiederum linear polarisiertes Licht, das um den Winkel $\Delta\varphi = 2\alpha$ gedreht ist.

2.3 Abbildung mittels Linsenkombination (10)

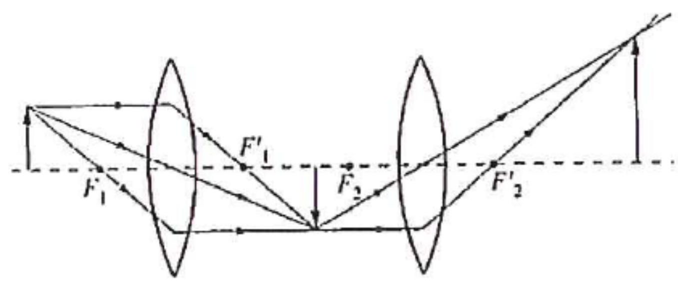
Zwei dünne Sammellinsen, beide mit Brennweite 10 cm, sind 35 cm voneinander entfernt. Links vor der ersten Linse, 20 cm entfernt, befindet sich ein Gegenstand.

(a) Zeichnen Sie die Bildkonstruktion und geben Sie an, wo das Endbild liegt. Lösen Sie die gleiche Aufgabe mit Hilfe der Linsengleichung.

(b) Ist das Endbild reell oder virtuell? Steht es aufrecht oder ist es umgekehrt?

(c) Wie hoch ist die durch beide Linsen erzielte Gesamtvergrößerung?

Lösung:



(a) Die Abbildung zeigt die Bildkonstruktion mit Hilfe des achsenparallelen Strahls und des Mittelpunktstrahls sowie des Brennpunktstrahls.

(b) Das Endbild ist reell, aufrecht und größer als der Gegenstand. Es befindet sich außerhalb der Brennweite der zweiten Linse.

(c) Die Abbildungsgleichung für dünne Linsen lautet $1/g + 1/b = 1/f$ und man erhält für die Bildweite bei der ersten Linse

$$b_1 = \frac{g_1 f_1}{g_1 - f_1} = \frac{20cm \cdot 10cm}{20cm - 10cm} = 20cm.$$

Die Vergrößerung durch die erste Linse ist damit

$$V_1 = -\frac{b1}{g1} = -\frac{20cm}{20cm} = -1.$$

Beide Linsen sind 35 cm voneinander entfernt. Daher ist die Gegenstandsweite für die Abbildung durch die zweite Linse:

$$g_2 = 35cm - 20cm = 15cm.$$

Damit ergibt sich die Bildweite bei der zweiten Linse zu

$$b_2 = \frac{g_2 f_2}{g_2 - f_2} = \frac{(15cm)(10cm)}{15cm - 10cm} = 30cm.$$

Somit ist das Endbild 85 cm vom Gegenstand entfernt. Die Vergrößerung durch die zweite Linse ist

$$V_2 = -\frac{b_2}{g_2} = \frac{30cm}{15cm} = -2.$$

Die Gesamtvergrößerung ist das Produkt der beiden Vergrößerungen $V = V_1 V_2 = (-1)(-2) = +2$. Wie bereits in a) graphisch ermittelt, ist das Endbild reell ($b_2 > 0$), sowie aufrecht und größer ($V = +2$) als der Gegenstand.