

Untersuchung des Einflusses des schwachen Gravitationslinseneffekts auf die Temperaturkorrelation der kosmischen Hintergrundstrahlung

Iris Feldt

26.09.2016

- CMB enthält Informationen zum Alter, zur Ausdehnungsgeschwindigkeit und Zusammensetzung des Universums
- durch schwachen Gravitationslinseneffekt nimmt Schärfe der Strukturen des CMBs um $\sim 3\%$ ab
- für die Rekonstruktion des ursprünglichen CMB ist es wichtig, diesen Prozess zu verstehen

1 Theorie

- Die kosmische Hintergrundstrahlung (CMB)
- Der schwache Gravitationslinseneffekt
- Bestimmung der Korrelationsfunktionen
- Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen

2 Ergebnisse

- Vergleich der Temperaturkorrelationen
- Vergleich der Wahrscheinlichkeitsverteilungen

3 Fazit

4 Literatur

Der CMB

- die kosmische Hintergrundstrahlung (CMB) ist die älteste Strahlung, die man messen kann
- ca. 300.000 Jahre nach dem Urknall entstanden
- isotrope Schwarzkörperstrahlung mit $T = 2,726$ Kelvin
- Anisotropien der Größenordnung 10^{-5} Kelvin, durch Dichteschwankungen und Strömungsgeschwindigkeiten im frühen Universum
- Temperaturschwankungen bilden gaußsches Zufallsfeld

Der schwache Gravitationslinseneffekt

- Photonen werden durch Gravitationspotentiale Ψ abgelenkt
- Ablenkungswinkel $\delta\alpha$ sind klein
- absoluter Ablenkungswinkel $\alpha = \nabla\psi$, wird ermittelt durch Summation aller $\delta\alpha$ entlang der Sichtlinie des Beobachters
- Effekt ist klein \Rightarrow gelinstes Temperaturfeld ist auch ein gaußsches Zufallsfeld
- Zusammenhang zwischen ungelinster T_u und gelinster T_g Temperatur: $T_g(\beta) = T_u(\beta + \alpha)$

Bestimmung der Korrelationsfunktionen

- Berechnungen beziehen sich auf räumlich flaches Universum
- für das Leistungsspektrum der Temperatur C_τ gilt:

$$\langle \tau(\mathbf{l})\tau(\mathbf{l}') \rangle = C_\tau(l)\delta(\mathbf{l} - \mathbf{l}')$$

- bei gegebenem Leistungsspektrum $C_\tau(l)$ gilt für die Temperaturkorrelation ξ :

$$\xi(\theta) = \int \frac{ldl}{2\pi} C_\tau(l) J_0(l\theta)$$

- mit $\xi_g(\theta) = \langle T_u(\beta + \alpha) T_u(\beta' + \alpha') \rangle$ gilt:

$$\xi_g(\theta) = \int \frac{d^2 l}{(2\pi)^2} C_{\tau_u}(l) e^{-\frac{1}{2} \langle [l \cdot (\alpha - \alpha')]^2 \rangle} J_0(l\theta)$$

$$\text{mit } \langle [l \cdot (\alpha - \alpha')]^2 \rangle = l^2 [\sigma_\alpha^2(\theta) + \cos(2\phi) C_{gl,2}(\theta)]$$

$$\sigma_\alpha^2(\theta) = C_{gl}(0) - C_{gl}(\theta) = \frac{1}{2} \langle (\alpha - \alpha')^2 \rangle$$

$$C_{gl}(\theta) = \int \frac{dl}{2\pi} l^3 C_\psi(l) J_0(l\theta)$$

$$C_{gl,2}(\theta) = \int \frac{dl}{2\pi} l^3 C_\psi(l) J_2(l\theta)$$

- ich habe mich mit folgender Näherung beschäftigt:

$$\xi_{g_2}(\theta) = \int \frac{l}{2\pi} C_{\tau_u}(l) e^{-\frac{1}{2} l^2 \sigma_\alpha^2(\theta)} J_0(l\theta)$$

Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen

- Annahme: gelinster und ungelinster CMB sind gaußsche Zufallsfelder:

$$p(T(\theta), T(\theta')) = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} T(\theta) \\ T(\theta') \end{pmatrix}^t \text{Cov}^{-1} \begin{pmatrix} T(\theta) \\ T(\theta') \end{pmatrix} \right]}{\sqrt{(2\pi)^2 \det(\text{Cov})}}$$

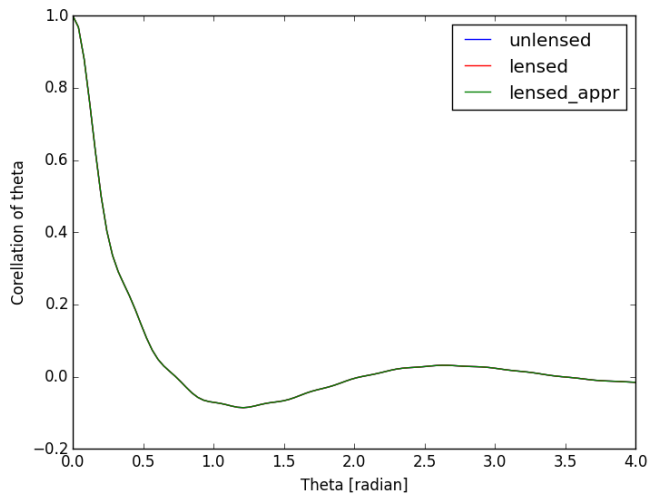
- Cov^{-1} ist das Inverse der Kovarianzmatrix:

$$\text{Cov} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \xi(\theta) \\ \xi(\theta) & \sigma^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \sigma^2 = \langle T^2 \rangle$$

- Exponent wird über $T(\theta)$ und $T(\theta')$ aufgetragen. Es gilt: je elliptischer desto korrelierter

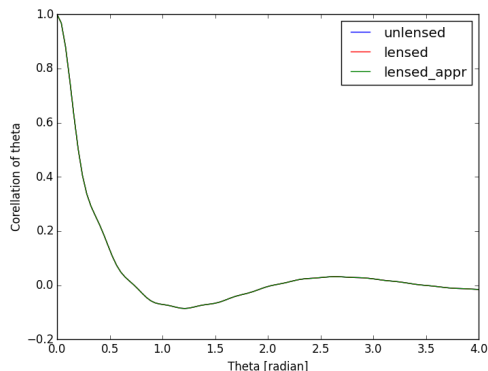
Vergleich der Temperaturkorrelationen

- Leistungsspektren C_{τ_u} , C_{τ_g} und $C_{\psi} = \frac{4}{j^4} C_{\kappa}$ wurden aus dem CAMB Datensatz entnommen
- Leistungsspektren sind diskret \Rightarrow Summation statt Integration mit einem Summationsabstand von $\Delta l = 0,01$

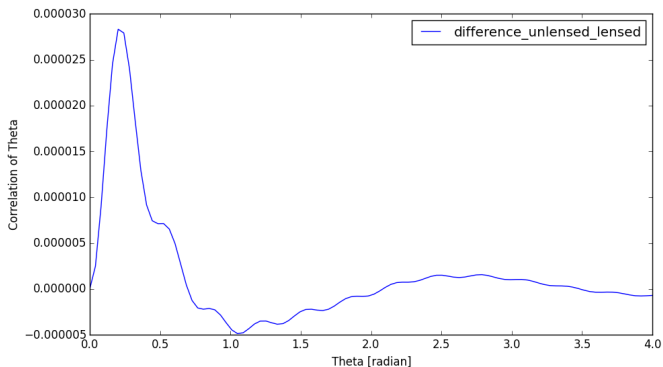


Korrelationsfunktionen

- Maximum bei Winkelabstand $\theta = 0$
- bis $\theta \sim 0,8$ streng monoton fallend
- danach Schwanken um den Wert Null
- in diesem Maßstab kein Unterschied zu erkennen
⇒ Differenzfunktionen

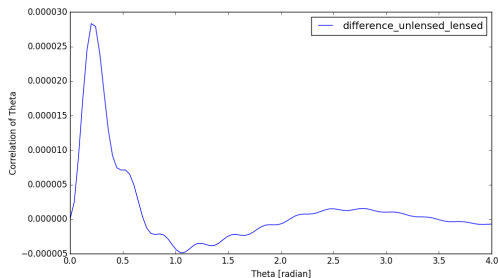


Korrelationsfunktionen

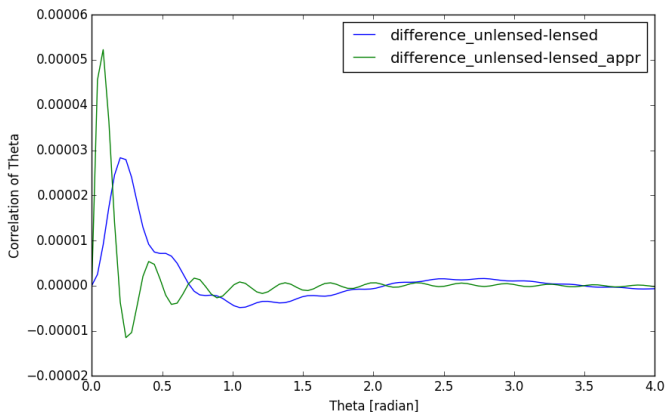


Differenzfunktion $\xi_u - \xi_g$

- Unterschied zwischen gelinst und ungelinst sehr klein:
 $(\xi_u - \xi_g)_{max} \lesssim 3 \cdot 10^{-5}$
- bis $\theta \sim 0,8$ ungelinste Korrelation größer als gelinste
- danach Schwanken um den Wert Null

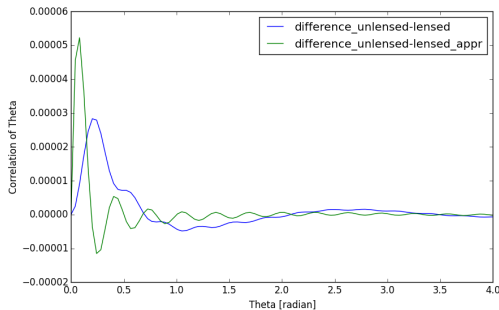


Differenzfunktion $\xi_u - \xi_g$

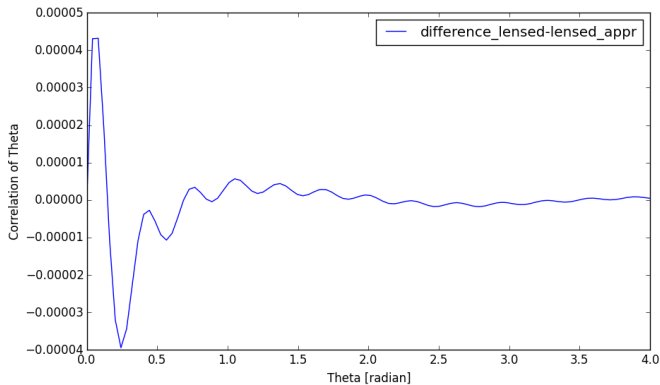


Differenzfunktionen $\xi_u - \xi_g$ (blaue Kurve) und $\xi_u - \xi_{g_2}$ (grüne Kurve)

- Näherung ähnelt qualitativ der nicht genäherten Korrelationsfunktion
- Maximum der genäherten Korrelationsfunktion ist zu kleineren θ s verschoben
- $(\xi_u - \xi_{g2})_{max}$ fast doppelt so groß wie $(\xi_u - \xi_g)_{max}$

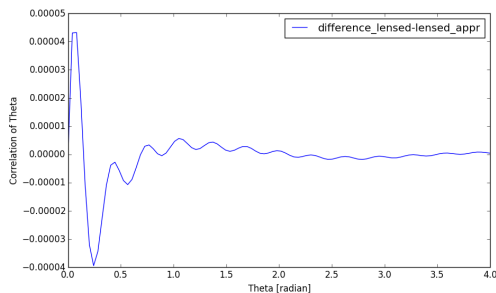


Differenzfunktionen $\xi_u - \xi_g$ (blaue Kurve) und $\xi_u - \xi_{g2}$ (grüne Kurve)



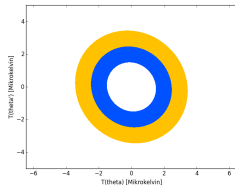
Differenzfunktion $\xi_g - \xi_{g_2}$

- Näherung unterschätzt bis $\theta \sim 0,2$ gelinste Korrelation
- Näherung überschätzt bis $\theta \sim 0,8$ gelinste Korrelation
- danach Schwanken um die Null

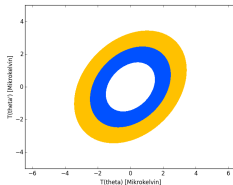


Differenzfunktion $\xi_g - \xi_{g_2}$

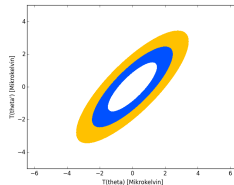
Vergleich der Wahrscheinlichkeitsverteilungen



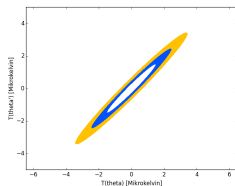
(a) $\theta = \frac{\pi}{3}$



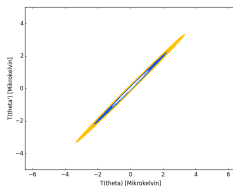
(b) $\theta = \frac{\pi}{10}$



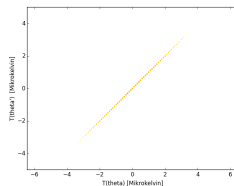
(c) $\theta = \frac{\pi}{30}$



(d) $\theta = \frac{\pi}{100}$



(e) $\theta = \frac{\pi}{300}$

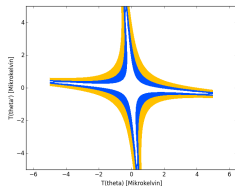
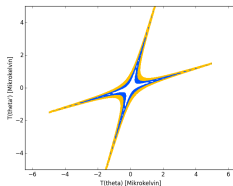
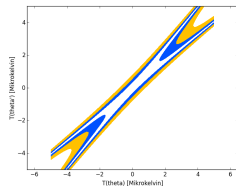
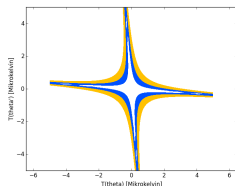
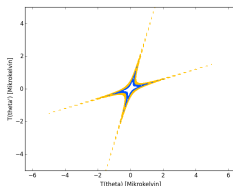
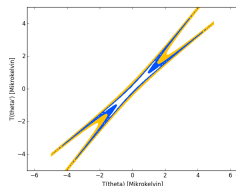


(f) $\theta = \frac{\pi}{1000}$

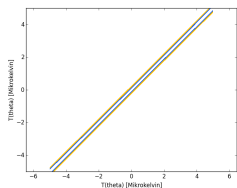
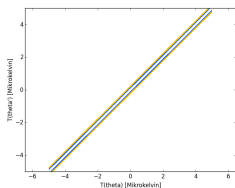
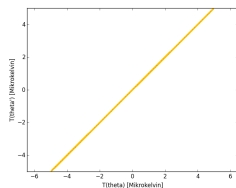
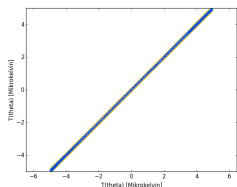
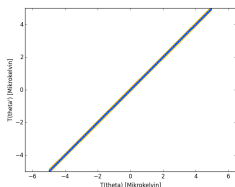
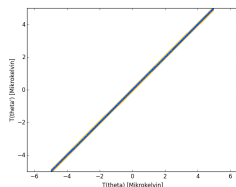
- Elliptizität und damit Korrelation nimmt mit abnehmender Winkeldifferenz zu
- kann durch Korrelationskoeffizienten $r = \left| \frac{\xi(\theta)}{\xi(0)} \right|$ quantifiziert werden

l	$r_u(l)$	$r_g(l)$	$r_{g_2}(l)$
3	0,073855482568	0,073850631923	0,073856277730
10	0,299666004838	0,299646380494	0,299671805244
30	0,809941838776	0,809927906936	0,809896875335
100	0,980651888883	0,980650365330	0,980616964227
300	0,997826472344	0,997826300167	0,997820992293
1000	0,999804137724	0,999804122198	0,999803624035
3000	0,999978235132	0,999978233407	0,999978177850

Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von Multipol $l = \frac{\pi}{\theta}$

(g) $\theta = \frac{\pi}{3}, V = 10^6$ (h) $\theta = \frac{\pi}{10}, V = 10^6$ (i) $\theta = \frac{\pi}{30}, V = 10^5$ (j) $\theta = \frac{\pi}{3}, V = 10^7$ (k) $\theta = \frac{\pi}{10}, V = 10^7$ (l) $\theta = \frac{\pi}{30}, V = 10^5$

Betrag der Differenz der ungünstigen, gelinsten (obere Reihe) und der ungünstigen, genähert gelinsten (untere Reihe) Wahrscheinlichkeitsverteilung

(a) $\theta = \frac{\pi}{100}, V = 10^5$ (b) $\theta = \frac{\pi}{300}, V = 10^4$ (c) $\theta = \frac{\pi}{1000}, V = 10^4$ (d) $\theta = \frac{\pi}{100}, V = 10^4$ (e) $\theta = \frac{\pi}{300}, V = 10^3$ (f) $\theta = \frac{\pi}{1000}, V = 10^2$

Betrag der Differenz der ungünstigen, günstigen (obere Reihe) und der ungünstigen, genähert günstigen (untere Reihe) Wahrscheinlichkeitsverteilung

- ungelinster Korrelationskoeffizient stets größer als gelinster
 \Rightarrow ungelinster CMB korreliert stärker als gelinster
- für $l < 30$ ist r_{g_2} größer als r_u und r_g
 \Rightarrow Näherung überschätzt Korrelation des gelinsten CMB
- für $l \geq 30$ r_{g_2} kleiner als r_u und r_g
 \Rightarrow Näherung unterschätzt Korrelation des gelinsten CMB

l	$(r_u - r_g)(l)$	$(r_u - r_{g_2})(l)$	$(r_g - r_{g_2})(l)$
3	$4,8506 \cdot 10^{-6}$	$-7,9516 \cdot 10^{-7}$	$-5,6458 \cdot 10^{-6}$
10	$1,9624 \cdot 10^{-5}$	$-5,8004 \cdot 10^{-6}$	$-2,5425 \cdot 10^{-5}$
30	$1,3932 \cdot 10^{-5}$	$4,4963 \cdot 10^{-5}$	$3,1032 \cdot 10^{-5}$
100	$1,5236 \cdot 10^{-6}$	$3,4925 \cdot 10^{-5}$	$3,3401 \cdot 10^{-5}$
300	$1,7218 \cdot 10^{-7}$	$5,4801 \cdot 10^{-6}$	$5,3079 \cdot 10^{-6}$
1000	$1,5526 \cdot 10^{-8}$	$5,1369 \cdot 10^{-7}$	$4,9816 \cdot 10^{-7}$
3000	$1,7250 \cdot 10^{-9}$	$5,7282 \cdot 10^{-8}$	$5,5557 \cdot 10^{-8}$

Differenz der Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von Multipol $l = \frac{\pi}{\theta}$

Fazit

- Temperaturkorrelation des CMB wird durch den schwachen Gravitationslinseneffekt verringert
- Effekt ist klein; $\xi_u - \xi_g$ ist $\mathcal{O}(10^{-5})$
- Näherung in nullter Ordnung in $C_{gl_2}(\theta)$ ähnelt für kleine Winkelabstände θ *qualitativ* der gelinsten Korrelationsfunktion
- Näherung unterschätzt die gelinste Korrelation für kleine θ und überschätzt für $\theta > 0,2$

-  Lewis, A., & Challinor, A. (2006). *Weak Gravitational Lensing of the CMB*. *Physics Reports*, 429(1), 1-65.
Available: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0601594> [13.09.2016].
-  Hanson, D., Challinor, A., & Lewis, A. (2010). *Weak Lensing of the CMB*. *General Relativity and Gravitation*, 42(9), 2197-2218.
Available: <http://arxiv.org/abs/0911.0612v1> [13.09.2016].
-  Risken, H. (1984). *The Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications*. (Kapitel 2.3.3). Springer Berlin Heidelberg.
-  Lewis, A. & Challinor, A. (2016) *Code for Anisotropies in the Microwave Background (CAMB)*
Available: http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm
[13.09.2016].
-  Fixsen, D. J. (2009). *The Temperature of the Cosmic Microwave Background*. *The Astrophysical Journal*, 707(2), 916.
Available: <https://arxiv.org/abs/0911.1955> [13.09.2016].